



**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
DO TOCANTINS
CAMPUS PALMAS
CURSO SUPERIOR DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

RAMIZ MARTINS DE ASSIS

**ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA DA PRIMEIRA SÉRIE DO
ENSINO MÉDIO COM A APLICAÇÃO DA BNCC**

**PALMAS-TO
2023**

RAMIZ MARTINS DE ASSIS

**ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA DA PRIMEIRA SÉRIE DO
ENSINO MÉDIO COM A APLICAÇÃO DA BNCC**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à
Coordenação do Curso de Licenciatura em
Matemática do Instituto Federal do Tocantins –
Campus Palmas, como exigência à obtenção do
grau de Licenciado em Matemática.

Professor Orientador: Me. Magno Márcio de
Azevedo

**PALMAS-TO
2023**

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Bibliotecas do Instituto Federal do Tocantins

A848a Assis, Ramiz Martins de
Análise de livros didáticos de matemática da primeira série do
Ensino Médio com a aplicação da BNCC / Ramiz Martins de Assis. –
Palmas, TO, 2023.
55 f. : il. color.

Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) –
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins,
Campus Palmas, Palmas, TO, 2023.

Orientador: Me. Magno Márcio de Azevedo

1. Comparação. 2. Conteúdo. 3. BNCC. I. Azevedo, Magno
Márcio de. II. Título.

CDD 510

A reprodução total ou parcial, de qualquer forma ou por qualquer meio, deste documento é autorizada para fins
de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Elaborado pelo sistema de geração automática de ficha catalográfica do IFTO com os dados fornecidos
pelo(a) autor(a).



Ministério da Educação
Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins
CAMPUS PALMAS
COORDENAÇÃO DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

**FOLHA DE APROVAÇÃO DE TRABALHO DE CONCLUSÃO DE
CURSO DE GRADUAÇÃO**

1. **TÍTULO:** ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA DA PRIMEIRA SÉRIE DO ENSINO MÉDIO COM A APLICAÇÃO DA BNCC
2. **AUTOR:** RAMIZ MARTINS DE ASSIS
3. **ORIENTADOR:** Prof. Me. Magno Márcio de Azevedo

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins, *campus* Palmas, como parte das exigências para a conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática.

Aprovado em 27/06/2023.

Prof. Me. Magno Márcio de Azevedo
IFTO – Campus Palmas
Presidente/Orientador

Prof.Me. César de Oliveira Zica
IFTO – Campus Palmas
Primeiro Avaliador

Prof. Dr. Wallysonn Alves de Souza
IFTO – Campus Palmas
Segundo Avaliador



Documento assinado eletronicamente por **Magno Marcio de Azevedo, Servidor**, em 27/06/2023, às 17:55, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Cesar de Oliveira Zica, Servidor**, em 27/06/2023, às 17:56, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Wallysonn Alves de Souza, Servidor**, em 27/06/2023, às 19:17, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site http://sei.iftto.edu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **2038031** e o código CRC **2A0B1B6E**.

Quadra 310 Sul, Lo 5, s/n, esquina com a Avenida NS 10 - Plano Diretor Sul — CEP
77.021-090 Palmas/TO — (63) 3236-4000
portal.iftto.edu.br — reitoria@iftto.edu.br

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, pelo dom da vida e pela oportunidade que me concedeu para concluir mais uma etapa na vida, pois em sua infinita graça sempre me manteve em pé.

À minha família, especialmente meus pais, Ramiro Nunes e Lúcia Martins, pela criação e educação, pelo apoio e incentivo que me deram durante toda essa carreira, se conquistei foi graças a eles. Aos meus irmãos, que sempre me apoiaram e incentivaram a buscar melhorias cada dia mais. À minha namorada que nessa reta final foi meu pilar e braço forte.

Aos professores do curso de Licenciatura em Matemática, em nome do meu professor orientador, Me. Magno Márcio de Azevedo, pelo esforço, apoio e todos os ensinamentos na realização deste trabalho.

Aos amigos e colegas de turma que já se formaram; a caminhada foi longa, mas conseguimos.

Enfim, a todos que participaram de forma direta ou indireta dessa conquista.

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo central realizar uma análise comparativa entre os livros didáticos de matemática de uma escola do estado do Tocantins, com enfoque na primeira série do ensino médio, antes e depois da aplicação da Base Nacional Comum Curricular — BNCC. A importância de pesquisar esse assunto surgiu a partir da análise e leitura da Base Nacional Comum Curricular (BNCC). A BNCC volta-se para aquilo que o aluno tem necessidade de desenvolver, para que o conhecimento matemático seja uma ferramenta para ler, compreender e transformar a realidade. A realização de trabalhos com esse tema é importante para se conhecer mudanças ocorridas nos livros didáticos e o impacto que ele trará no aprendizado e formação do estudante. Este trabalho foi realizado inicialmente com pesquisas bibliográficas, onde buscou-se fontes e autores que abordassem os temas tratados. Em seguida foi feito o trabalho de análise com os livros didáticos de matemática, utilizando, para isso, o método comparativo.

Palavras-chave: Ensino médio. BNCC. Comparação. Conteúdo.

ABSTRACT

The central objective of this work is to carry out a comparative analysis between the mathematics textbooks of a school in the state of Tocantins, focusing on the first year of high school, before and after the application of the National Common Curricular Base — BNCC. The importance of researching this subject emerged from the analysis and reading of the National Common Curricular Base (BNCC). The BNCC focuses on what the student needs to develop, so that mathematical knowledge becomes a tool to read, understand and transform reality. Carrying out work with this theme is important to understand changes that have occurred in textbooks and the impact that it will have on student learning and training. This work was initially carried out with bibliographical research, where sources and authors were sought to address the themes addressed. Then, the analysis work was done with the mathematics textbooks, using, for this, the comparative method.

Keywords: High school. BNCC. Comparison. Content.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1: Código alfanumérico da BNCC	17
Figura 2: Competências Específicas de Matemática e suas Tecnologias	20
Figura 3: Competências Gerais da Educação Básica	21
Figura 4: Capa e lombada do novo material	25
Figura 5: Capa do livro antigo	26
Figura 6: Objetivos e justificativa do livro de estatística, combinatória e probabilidade	26
Figura 7: Estrutura do novo livro	27
Figura 8: Diretrizes do material antigo	28
Figura 9: Distinções entre a abertura dos capítulos de conjuntos	29
Figura 10: Comparação entre as definições de igualdade de conjuntos	30
Figura 11: Conjunto dos números inteiros (material antigo)	30
Figura 12: Conjunto dos números inteiros (material novo)	31
Figura 13: Introdução ao conteúdo de funções em ambos os materiais	32
Figura 14: Atividade dos conteúdos de porcentagem dos dois materiais	33
Figura 15: Uso de TDIC's	34
Figura 16: Uso do Geogebra para o estudo da parábola	34
Figura 17: Finalização do capítulo de função quadrática	35
Figura 18: Exemplos e atividades de função exponencial no novo material	36
Figura 19: Triângulos semelhantes (material antigo)	37
Figura 20: Triângulos congruentes (material novo)	37
Figura 21: Área dos polígonos	38
Figura 22: Circunferência (material antigo)	39
Figura 23: Área do círculo (novo material)	39
Figura 24: Atividade trigonometria no ciclo (material novo)	40
Figura 25: Atividade trigonometria no ciclo (material antigo)	41
Figura 26: Redução ao primeiro quadrante (material antigo)	42
Figura 27: Redução ao primeiro quadrante (material novo)	42
Figura 28: Uso da calculadora no cálculo de logaritmos	43
Figura 29: Atividade função logarítmica (material antigo)	44
Figura 30: Atividade função logarítmica (material novo)	44
Figura 31: Tipos de gráfico	46
Figura 32: Semelhanças de triângulos, consequências e atividades	47

Figura 33: Introdução a trigonometria (novo material)	48
Figura 34: Atividade trigonometria no triângulo retângulo (novo material)	49
Figura 35: Atividade trigonometria no triângulo retângulo (material antigo)	49

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	11
1.1 Objetivo Geral	12
1.2 Justificativa	12
2 REFERENCIAL TEÓRICO	14
2.1 Criação e Implantação da BNCC	14
2.1.1 Objetivos e estrutura	15
2.2 A área de Matemática e suas Tecnologias - Competências e Habilidades	18
3 METODOLOGIA	22
3.1 Tipo de pesquisa	22
3.2 Quanto ao objeto	22
3.3 Quanto à abordagem	23
3.4 Quanto às fontes de pesquisa	23
4 APRESENTAÇÃO DOS DADOS DA PESQUISA	25
4.1 Primeiro bimestre	28
4.2 Segundo bimestre	36
4.3 Terceiro bimestre	40
4.4 Quarto bimestre	45
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	50
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	

1. INTRODUÇÃO

A educação é um pilar muito importante na sociedade. Ela é responsável pela formação de profissionais qualificados para construção de um país cada vez mais desenvolvido, igualitário e tecnológico.

A Constituição Federal de 1988 declara em seu artigo 205: “A educação, direito de todos e dever do Estado e da família, será promovida e incentivada com a colaboração da sociedade, visando ao pleno desenvolvimento da pessoa, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho”.

Podemos destacar, portanto, que com o passar dos tempos, a educação vai se transformando para melhor atender à formação integral do ser humano. Ou seja, há mudanças na concepção sobre as formas de ensinar e aprender. Essas, por sua vez, acompanham as transformações e inovações da sociedade em geral.

Nessa concepção, este trabalho se propõe a realizar um estudo sobre as modificações que ocorreram nos livros didáticos de matemática, realizando, assim, um trabalho de comparação entre os livros da primeira série do ensino médio, antes e depois da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que trouxe mudanças que relevam a educação e a importância de componentes para a vida em sociedade. Com a aplicação da BNCC, houve mudanças no material didático de matemática da primeira série do ensino médio?

Para isso, neste trabalho, é feito um relato sobre a história, criação e implantação, as principais características e os objetivos da Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB, Lei nº 9.394/1996), traz a seguinte definição sobre a Base: A Base deve nortear os currículos dos sistemas e redes de ensino das Unidades Federativas, como também as propostas pedagógicas de todas as escolas públicas e privadas de Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio, em todo o Brasil. Portanto, a Base determina conhecimentos, competências e habilidades onde se espera que todos os estudantes apresentem durante sua escolaridade básica.

O estudo é estruturado em cinco capítulos: o primeiro diz respeito à introdução do trabalho de pesquisa; o segundo, ao referencial teórico; o terceiro, aos

procedimentos metodológicos; o quarto, a apresentação e análise dos dados e o quinto, as considerações finais. A introdução aborda a apresentação do tema da pesquisa, os objetivos e ainda a justificativa do estudo. No referencial teórico foram apresentados os conceitos básicos, históricos e objetivos da BNCC e também feito um relato sobre a área de Matemática e suas Tecnologias, habilidades e competências. No capítulo três, são apresentados os procedimentos metodológicos com os quais foi realizada a pesquisa, que utilizou o método comparativo para caracterização da mesma. Dessa forma, foi realizada uma comparação entre os livros, para obtenção dos dados da pesquisa. No quarto capítulo, são expostos os dados da pesquisa e a análise da comparação realizada. No último capítulo é feita as considerações finais e apresentado o resultado da pesquisa. A partir dessas considerações iniciais, no trabalho o material antes da BNCC será chamado de material antigo e o depois da BNCC de material novo.

1.1 Objetivo Geral

Realizar uma análise comparativa entre os livros didáticos da primeira série do ensino médio, antes e depois da aplicação Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

1.2 Justificativa

Segundo a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), a matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em momentos históricos distintos. Na área de Matemática e suas Tecnologias, a BNCC atenta-se àquilo que o estudante tem necessidade de conhecer e desenvolver, para que o conhecimento matemático seja uma ferramenta para ler, compreender e transformar a realidade.

Considerando a relevância do tema escolhido, este trabalho se propõe a fazer uma análise comparativa do novo material da primeira série do ensino médio na área de Matemática e suas Tecnologias, proposto pela BNCC, com o material antigo, com o intuito de destacar importantes mudanças ocorridas.

A modificação e inovação das práticas em educação podem contribuir no processo de aperfeiçoamento do estudante e na sua formação integral como ser humano. Com base nisso, realizar este trabalho justifica-se pela importância de se conhecer as principais mudanças ocorridas nos livros e como cada uma delas poderá impactar a aprendizagem dos estudantes.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo são apresentados os fundamentos teóricos, os conceitos e os paradigmas empregados na construção do objeto do estudo. O referido referencial foi construído a partir das pesquisas bibliográficas, as quais fundamentaram a reflexão, contendo o enfoque teórico que norteou toda a realização do trabalho. Nesse sentido, são abordados assuntos relacionados ao histórico da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), suas principais características e objetivos para a etapa do Ensino Médio. Serão apresentadas ainda as habilidades e competências gerais da Educação Básica da BNCC, área de Matemática e suas Tecnologias.

2.1. Criação e Implantação da BNCC

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento que orienta a criação dos currículos das escolas brasileiras. Ela tem o objetivo de nortear o conteúdo mínimo que deve ser lecionado, compreendendo todas as etapas da Educação Básica, abrindo oportunidades para que sejam incorporadas as especificidades locais.

A Constituição Cidadã prevê em seu artigo 210 a criação da Base Nacional Comum Curricular, “Serão fixados conteúdos mínimos para o ensino fundamental, de maneira a assegurar formação básica comum e respeito aos valores culturais e artísticos, nacionais e regionais” (Brasil, 1988). A ideia da criação de uma base comum para a educação é reforçada pela Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN), lei 9.394, de 20 de dezembro de 1996, no seu Art. 26º, que fala

Os currículos do ensino fundamental e médio devem ter uma base nacional comum, a ser complementada, em cada sistema de ensino e estabelecimento escolar, por uma parte diversificada, exigida pelas características regionais e locais da sociedade, da cultura, da economia e da clientela (Brasil, 1996).

A resolução n. 2, de 30 de janeiro de 2012 define as Diretrizes Curriculares Nacionais para o ensino médio, onde ela traz a organização curricular

em seu Art. 7º “... uma base nacional comum e uma parte diversificada que não devem constituir blocos distintos, mas um todo integrado, de modo a garantir tanto conhecimentos e saberes comuns necessários a todos os estudantes...” (BRASIL, 2012). Somente em 2014, com o Plano Nacional de Educação (PNE) foi definida a BNCC como meta e em 14 de dezembro de 2018 a BNCC etapa ensino médio foi homologada.

Segundo o MEC a BNCC veio para nortear os currículos escolares de norte a sul do Brasil, tanto para as escolas públicas como para as privadas. Trazendo os conhecimentos fundamentais, as competências e aprendizagens.

Na BNCC, competência é definida como a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho (BRASIL, 2018, p. 8).

2.1.1 Objetivos e estrutura

É necessário entender os objetivos e características da BNCC; ela está dividida em três etapas: Educação infantil, Ensino fundamental e Ensino médio. Na educação infantil, ela traz como principal objetivo o direito à aprendizagem e desenvolvimento. O ensino fundamental está dividido em duas partes: anos iniciais e anos finais. E este dispõe de cinco áreas do conhecimento. Segundo o Parecer CNE/CEB nº 11/2010 “os conteúdos sistematizados que fazem parte do currículo são denominados componentes curriculares, os quais, por sua vez, se articulam às áreas de conhecimento, a saber: Linguagens, Matemática, Ciências da Natureza e Ciências Humanas” (BRASIL, 2010). Os componentes curriculares são:

- a. Linguagens: Língua Portuguesa, Língua materna, para populações indígenas, Língua Estrangeira moderna, Arte e Educação Física;
- b. Matemática: Matemática;
- c. Ciências da natureza: Ciências;
- d. Ciências humanas: História e Geografia;
- e. Ensino religioso: Ensino religioso.

O Parecer CNE/CEB nº 11/2010 destaca que “as áreas de conhecimento favorecem a comunicação entre os conhecimentos e saberes dos diferentes componentes curriculares” (BRASIL, 2010).

O ensino médio, por sua vez, está estruturado em apenas quatro áreas de conhecimento, conforme a LDB determina:

- a. Linguagens e suas Tecnologias;
- b. Matemática e suas Tecnologias;
- c. Ciências da Natureza e suas Tecnologias;
- d. Ciências Humanas e Sociais Aplicadas.

Dessa forma, o ensino médio não tem mais as 12 matérias. Segundo o Parecer CNE/CP nº 11/2009 “difundiu-se a interpretação de que a articulação interdisciplinar preconizada consistiria no fim da “divisão por disciplinas”, distribuindo as “atuais 12 matérias” (sic) em grupos mais amplos” (BRASIL, 2009), sendo assim, eles “não excluem necessariamente as disciplinas, com suas especificidades e saberes próprios historicamente construídos, mas, sim, implicam o fortalecimento das relações entre elas” (BRASIL, 2009).

No inciso IV do Art 9º, a LDB afirma que cabe à União

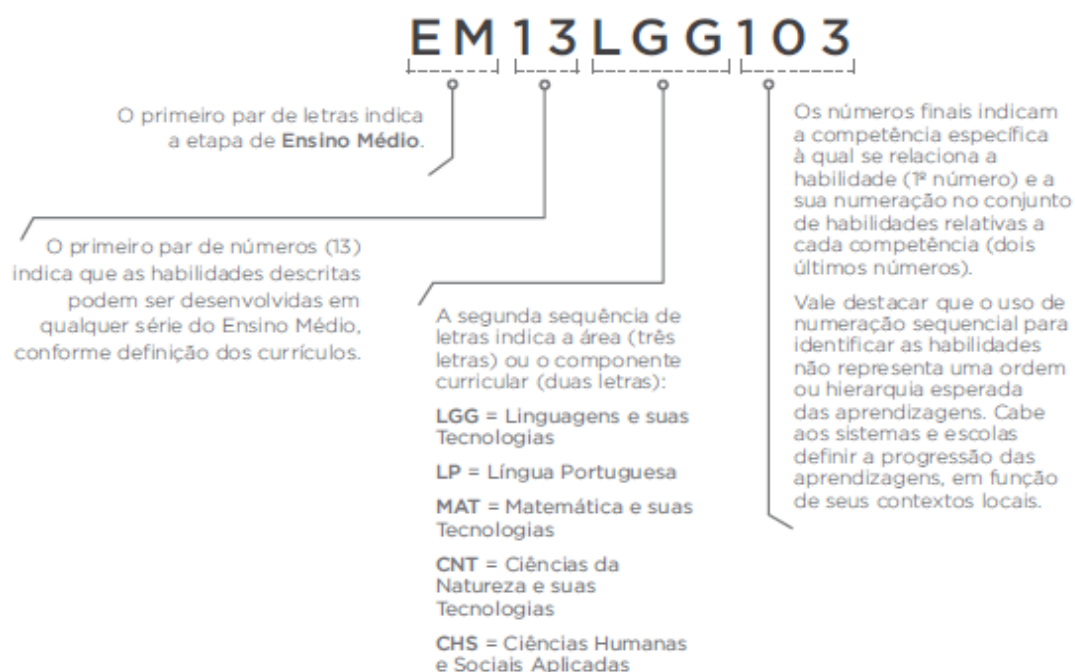
Estabelecer, em colaboração com os Estados, o Distrito Federal e os Municípios, competências e diretrizes para a Educação Infantil, o Ensino Fundamental e o Ensino Médio, que nortearão os currículos e seus conteúdos mínimos, de modo a assegurar formação básica comum (BRASIL, 1996).

Nesse artigo ficam dois conceitos definidos, como afirma a BNCC

O primeiro, já antecipado pela Constituição, estabelece a relação entre o que é básico-comum e o que é diverso em matéria curricular: as competências e diretrizes são comuns, os currículos são diversos. O segundo se refere ao foco do currículo. Ao dizer que os conteúdos curriculares estão a serviço do desenvolvimento de competências, a LDB orienta a definição das aprendizagens essenciais, e não apenas dos conteúdos mínimos a serem ensinados (BRASIL, 2018, p. 11).

Por serem sistematizados, os códigos alfanuméricos, como exemplifica a Figura 1, facilitam o andamento/acompanhamento das atividades, já que servem como uma forma de controle para o professor, sabendo quais conteúdo, competência e habilidade estão sendo trabalhados.

Figura 1: Código alfanumérico da BNCC



Segundo esse critério, o código **EM13LGG103**, por exemplo, refere-se à terceira habilidade proposta na área de Linguagens e suas Tecnologias relacionada à competência específica 1, que pode ser desenvolvida em qualquer série do Ensino Médio, conforme definições curriculares.

Fonte: (BRASIL 2018, p. 34).

O objetivo da BNCC, é garantir um grau de conhecimento comum a todos os estudantes de norte a sul do Brasil, para o MEC

Espera-se que a BNCC ajude a superar a fragmentação das políticas educacionais, enseje o fortalecimento do regime de colaboração entre as três esferas de governo e seja balizadora da qualidade da educação. Assim, para além da garantia de acesso e permanência na escola, é necessário que sistemas, redes e escolas garantam um patamar comum de aprendizagens a todos os estudantes, tarefa para a qual a BNCC é instrumento fundamental (BRASIL, 2018, p. 8).

2.2 A área de Matemática e suas Tecnologias - Competências e Habilidades

A BNCC da área de Matemática e suas Tecnologias, no Ensino Médio, leva o foco para a construção de uma visão integrada da Matemática, aplicada à realidade, em diferentes contextos e situações. Torna-se necessário considerar o cotidiano dos estudantes, esses, impactados de diferentes formas pela tecnologia e seus avanços, pelas exigências e mudanças do mercado de trabalho, pelas mídias sociais, entre outros. Destaca-se, nesse contexto, a importância das tecnologias digitais e aplicativos, iniciados ainda no ensino fundamental.

A área de Matemática e suas Tecnologias no Ensino Médio tem a função de aproveitar toda a aptidão já constituída na etapa anterior, para proporcionar ações que aprimorem o entendimento do estudante. Com isso, é possível compreender que novos conhecimentos específicos são importantes e necessários para que esses processos de reflexão e compreensão sejam mais incentivados. E ainda para que os mesmos permitam aos estudantes formular e resolver problemas, em diversos contextos, com mais autonomia e recursos matemáticos, ou seja, no Ensino Médio a questão central é a formação de uma visão integrada da Matemática, aplicada à realidade em contextos distintos.

Dessa forma, para que esses propósitos se efetivem e os objetivos sejam alcançados, os estudantes precisam apresentar habilidades ligadas aos processos de investigação, de construção de modelos e de resolução de problemas. Para isso, eles precisam ter estimulado seu modo próprio de **raciocinar**, **representar**, **comunicar**, **argumentar** e **aprender** conceitos, e **desenvolver** representações e procedimentos (BNCC, 2018). As habilidades dispostas na BNCC estão inter-relacionadas. Elas não indicam exatamente uma ordem sequencial ou hierárquica de aprendizagens, mas se conectam e permeiam entre as outras habilidades. Uma habilidade contribui no desenvolvimento de outra, porém as habilidades são apresentadas sem indicação de seriação e essa decisão permite flexibilizar a definição anual dos currículos e propostas pedagógicas de cada escola.

Para o desenvolvimento de competências que envolvem o lado de **raciocinar**, é necessário que os estudantes possam, em interação com seus colegas e professores, investigar, explicar e justificar as soluções expostas para os problemas, com destaque para os processos de argumentação matemática.

Já as competências que estão diretamente ligadas a **representar**, presumem a criação de registros para lembrar um objeto matemático. É possível observar a importância das representações para a compreensão de fatos, ideias e conceitos, visto que o acesso aos objetos matemáticos acontece por meio delas, embora essa não seja uma ação exclusiva da matemática, pois todas as áreas têm seus processos de representação. O uso dos registros de representação e das diferentes linguagens na Matemática, é fundamental para a compreensão, a resolução e a comunicação de resultados de uma atividade. Em função disso, espera-se que os alunos conheçam vários registros de representação e possam mobilizá-los para criar diversas situações, verificando que os recursos dessa linguagem são mais apropriados e seguros na busca de soluções e respostas, ao mesmo tempo que promovem o desenvolvimento de seu próprio raciocínio.

A competência de **comunicar** ganha importância logo após a resolução de problemas matemáticos, quando os estudantes precisam apresentar e justificar seus resultados, interpretar os resultados dos colegas e interagir com eles. Os estudantes devem ser capazes de justificar suas conclusões não apenas com símbolos matemáticos e conectivos lógicos, mas também por meio da língua materna, realizando apresentações orais dos resultados e elaborando relatórios, entre outros registros.

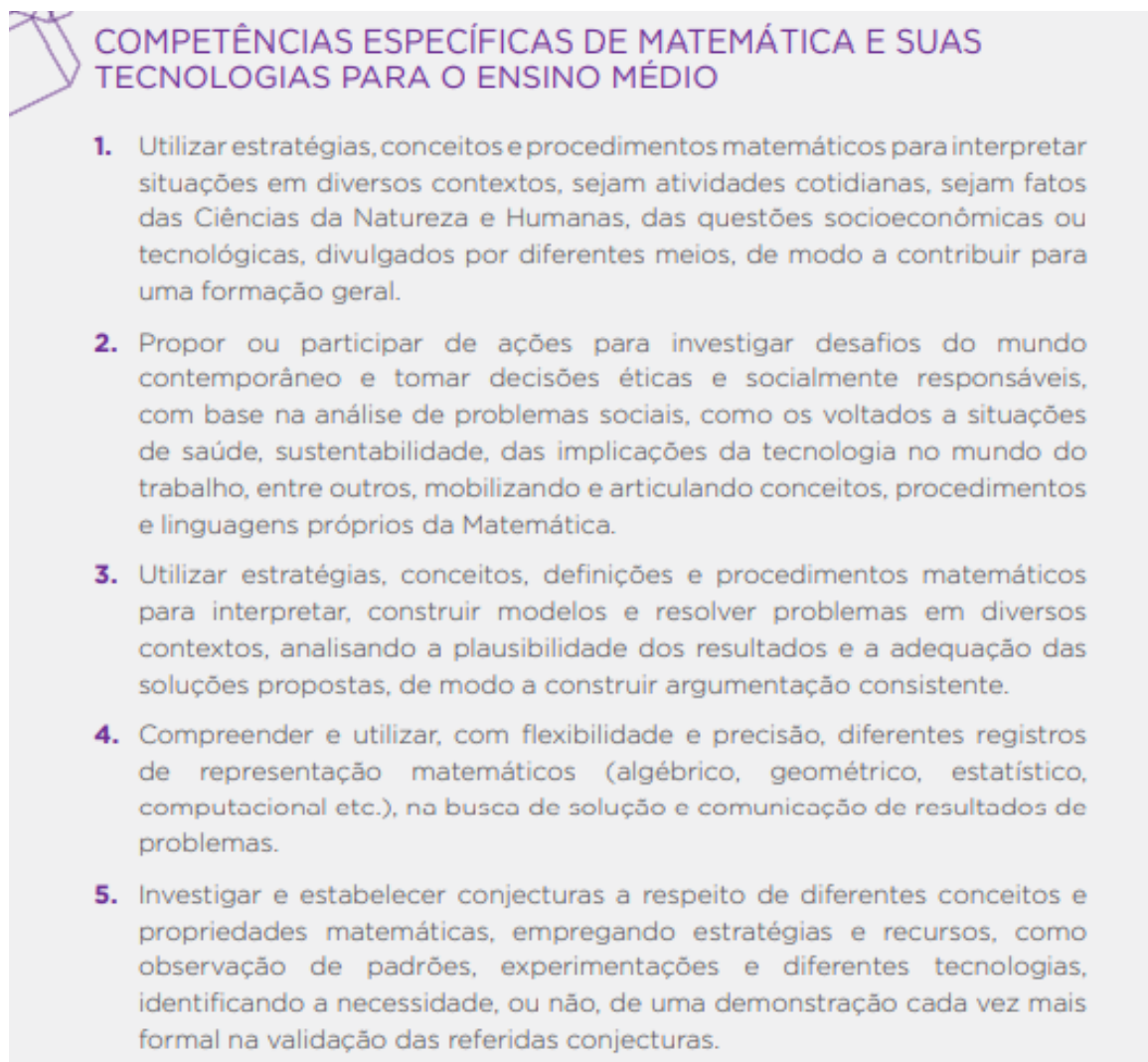
O desenvolvimento da competência de **argumentar** pressupõe a formulação e a testagem de conjecturas, com a apresentação de justificativas, além de incluir aspectos já citados nas competências de raciocinar e representar.

Dessa forma, com objetivo de que o letramento matemático dos alunos se torne mais denso e eficiente, as aprendizagens previstas para o Ensino Médio são fundamentais, pois eles irão aprofundar e ampliar as habilidades propostas e terão mais ferramentas para compreender a realidade e propor as ações de intervenção especificadas para essa etapa. Diante disso, a área de Matemática e suas Tecnologias deve garantir aos estudantes o desenvolvimento de competências específicas, cada habilidade está associada a determinada competência.

Na Figura 2, estão relacionadas as competências da área de Matemática e suas Tecnologias. As competências específicas buscam desenvolver nos estudantes atitudes de autoestima, perseverança, potencializando o respeito às opiniões diferentes, estimulam o trabalho em grupo, além dos aspectos cognitivos. A BNCC estabelece cinco competências específicas para a área de matemática e

cada uma está ligada a um grupo de habilidades que devem ser o foco no ensino de matemática.

Figura 2: Competências Específicas de Matemática e suas Tecnologias



Fonte:BNCC 2018

Já na Figura 3, estão relacionadas as competências gerais da Educação Básica, segundo a BNCC. Elas estão relacionadas e se estendem no tratamento didático proposto para as três etapas da Educação Básica (Infantil, Fundamental e Médio), atuam no desenvolvimento de habilidades e na formação de atitudes e valores.

Figura 3: Competências Gerais da Educação Básica

1. Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.
2. Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.
3. Valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas e culturais, das locais às mundiais, e também participar de práticas diversificadas da produção artístico-cultural.
4. Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.
5. Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.
6. Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao seu projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade.
7. Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.
8. Conhecer-se, apreciar-se e cuidar de sua saúde física e emocional, compreendendo-se na diversidade humana e reconhecendo suas emoções e as dos outros, com autocrítica e capacidade para lidar com elas.
9. Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.
10. Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários.

Fonte: BNCC 2018

3. METODOLOGIA DO TRABALHO

Neste capítulo são abordados os procedimentos metodológicos que foram utilizados para o desenvolvimento deste estudo.

Conforme Lakatos (2006, p.105), a especificação da metodologia da pesquisa é a que abrange o maior número de itens, pois responde, a um só tempo, às questões como?, com quê?, onde?, quanto?. Desse modo, o intuito deste capítulo é destacar a metodologia que foi utilizada para desenvolver a pesquisa e alcançar os objetivos apontados neste trabalho.

3.1 Tipo de pesquisa

De acordo com Chizzotti (1995, p.11), a pesquisa examina o mundo em que o homem vive e o próprio homem. Contudo, a pesquisa só é possível com o auxílio de procedimentos metodológicos apropriados, que possibilitam a aproximação ao objeto de estudo.

As pesquisas científicas podem ter duas naturezas: pura e aplicada. A pesquisa científica pura tem objetivo de propiciar conhecimentos novos, úteis para o avanço da ciência, sem aplicação prática prevista. A pesquisa aplicada tem o intuito de trazer conhecimentos para aplicação prática e ainda trazer solução a problemas específicos. O tipo de pesquisa que caracteriza este estudo é a pesquisa aplicada.

3.2 Quanto ao objeto

Conforme Gil (2007), com base nos objetivos, é possível classificar as pesquisas em três grupos: Exploratória, Descritiva e Explicativa.

A pesquisa exploratória tem o intuito de levar maior familiaridade com o problema, com finalidade de torná-lo mais explícito ou a levantar hipóteses. Elas podem ser classificadas como: pesquisa bibliográfica e estudo de caso.

A pesquisa descritiva requer do pesquisador uma série de informações sobre o que necessita pesquisar naquele momento. Essa expõe aspectos de uma certa população ou de um determinado fenômeno, porém não tem objetivo de esclarecer os fenômenos que descreve, embora possa servir de base para tal

explicação. Podem ser citados como exemplos de pesquisa descritiva: estudos de caso e análise documental.

A pesquisa explicativa preocupa-se em apontar os fatores que constata ou que contribuem para o acontecimento dos fenômenos. Segundo Gil (2007, p. 43), essa pesquisa explica o porquê das coisas através dos resultados oferecidos.

Neste trabalho foi realizada uma pesquisa descritiva, pois se propôs a observar, analisar, comparar e descrever os fenômenos de objeto de estudo.

3.3 Quanto à abordagem

Nesta classificação, as pesquisas se classificam em qualitativas e quantitativas. A pesquisa qualitativa não se atenta para dados numéricos, ela se propõe a aprofundar na compreensão do determinado tema que estuda. Utiliza-se de procedimentos que procuram descobrir e explicar o porquê das coisas, indicando o que é necessário ser feito, mas não quantifica dados numéricos (SILVA, 2001).

A pesquisa quantitativa considera que tudo pode ser quantificável, o que significa traduzir em números opiniões e informações para analisá-las e classificá-las. Sendo assim, requer a utilização de recursos e de técnicas estatísticas (SILVA, 2001).

Neste trabalho, a pesquisa foi classificada como qualitativa, devido ao fato de ser realizada para aferir aspectos como uma análise a partir da comparação dos livros antes e depois da BNCC.

3.4 Quanto às fontes de pesquisa

Todo trabalho científico tem início com uma pesquisa bibliográfica, essa possibilita ao pesquisador obter conhecimentos do que já se estudou, do que já se sabe sobre o assunto. A pesquisa bibliográfica é feita a partir do levantamento de referências teóricas já examinadas, e publicadas por meios escritos e eletrônicos, como livros, artigos científicos, entre outros (Fonseca, 2002).

De acordo com Vergara (2007), a pesquisa de campo é uma investigação empírica feita no ambiente que ocorreu algum fenômeno ou que, de alguma forma, necessite de elementos para que consigam ser explicados.

Dessa forma, para se desenvolver uma pesquisa é necessário selecionar o método de pesquisa a se utilizar. De acordo com as características da pesquisa, poderão ser escolhidas diferentes modalidades de pesquisa.

Assim, quanto aos meios, essa pesquisa se caracteriza como bibliográfica, pois primeiramente buscou-se o embasamento teórico do tema em questão, depois foi possível realizar-se a comparação que é objeto deste estudo.

Segundo FACHIN (2006, p. 40), o método comparativo consiste em investigar coisas ou fatos e explicá-los segundo suas semelhanças e suas diferenças. Geralmente, o método comparativo aborda duas séries ou fatos de natureza análoga, [...], a fim de se detectar o que é comum a ambos”.

4. APRESENTAÇÃO DOS DADOS DA PESQUISA

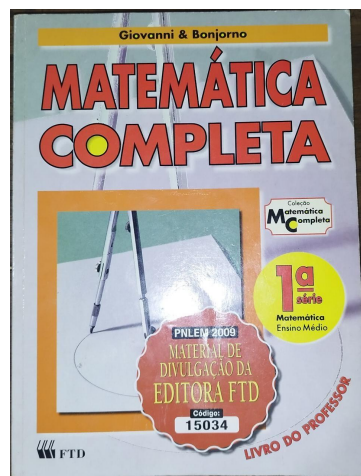
O material usado no ensino médio agora vem separado em blocos conforme a Figura 4. Deixou-se de serem utilizados três livros para o ensino médio (o da primeira série apresentado na Figura 5) e o conteúdo passou a ser separado em seis volumes contendo todo os conteúdos e mais um adicional dos projetos integradores, os seis podendo ser utilizados para qualquer uma das três séries, dependendo da série e do conteúdo. Os livros são organizados da seguinte forma:

- Conjuntos e funções (função afim e função quadrática);
- Geometria (proporcionalidade e semelhança) e trigonometria;
- Geometria (áreas, geometria espacial de posição, poliedros e corpos redondos);
- Funções (função definida por mais de uma sentença, função exponencial e função logarítmica) e Progressões;
- Sistemas, Matemática Financeira e Grandezas;
- Estatística, Combinatória e Probabilidade

Figura 4: Capa e lombada do novo material

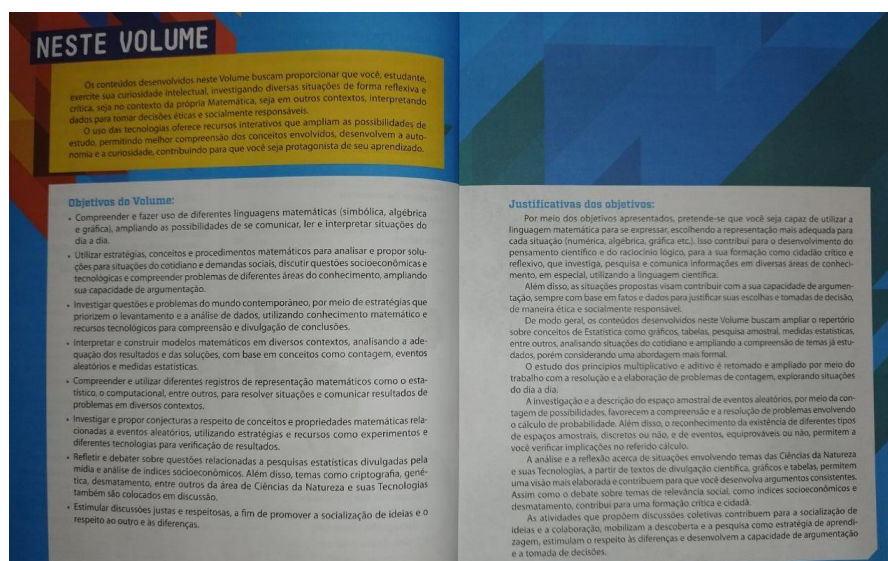


Fonte: (BONJORNO; GIOVANNI JR; SOUSA 2020)

Figura 5: Capa do livro antigo

Fonte: GIOVANNI; BONJORNO.(2005)

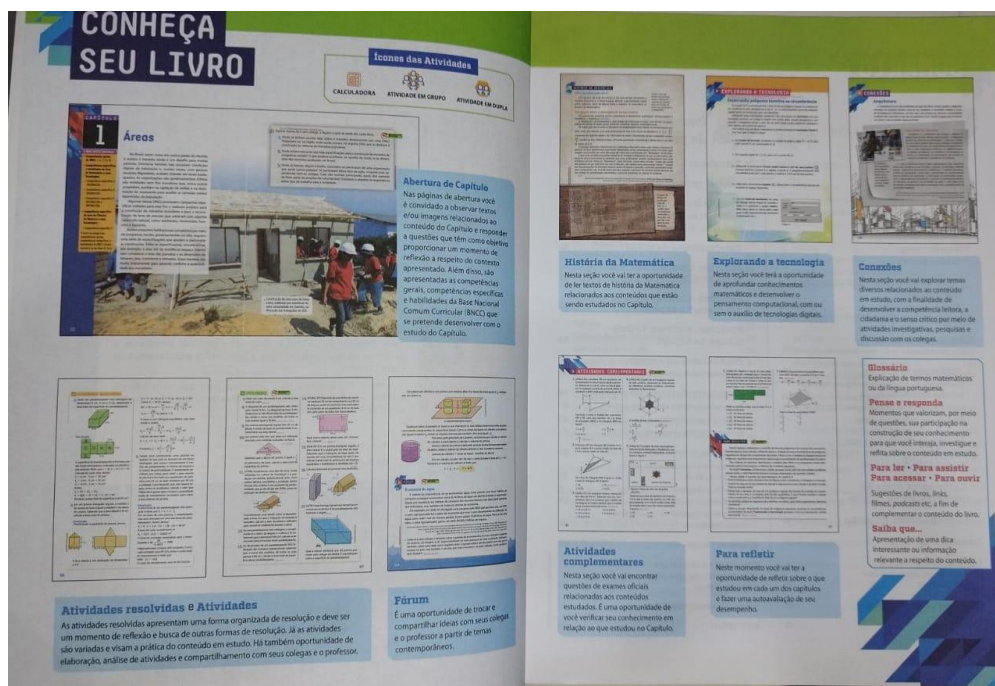
O novo material vem todo estruturado, diferentemente do antigo. Após o sumário, os autores trazem os objetivos de cada volume, conforme a Figura 6 e as justificativas dos mesmos, dando assim clareza para o aluno do que é pretendido que ele desenvolva no decorrer dos estudos.

Figura 6: Objetivos e justificativa do livro de estatística, combinatória e probabilidade

Fonte: (BONJORNO; GIOVANNI JR; SOUSA 2020, p. 8, 9)

Todos os seis livros apresentam a abertura do capítulo, que mostra textos e imagens relacionadas ao conteúdo do capítulo. Além disso, são apresentadas as competências gerais da BNCC, competências específicas da área de matemática e suas tecnologias e a competência específica da área de ciências da natureza e suas tecnologias. O livro traz atividades resolvidas e atividades propostas, onde apresenta uma forma organizada dando auxílio para os alunos e ajudando nas atividades que são variadas, podendo ser em grupo, em dupla e com uso de calculadora, além das atividades complementares que são de exames (vestibulares e ENEM) referentes ao tema abordado no capítulo. Traz também história da matemática com texto relacionado ao assunto do capítulo, no uso de tecnologias digitais da informação e comunicação (TDIC's); têm o aprofundamento do conteúdo usando softwares como, por exemplo, o Geogebra e o LibreOffice, e em alguns casos sem o auxílio de tecnologias digitais. Na finalização do capítulo há um espaço para a auto avaliação, com um pequeno resumo do conteúdo abordado e perguntas referentes ao tema. Todos esses tópicos são apresentados no início de cada livro, conforme mostra a Figura 7.

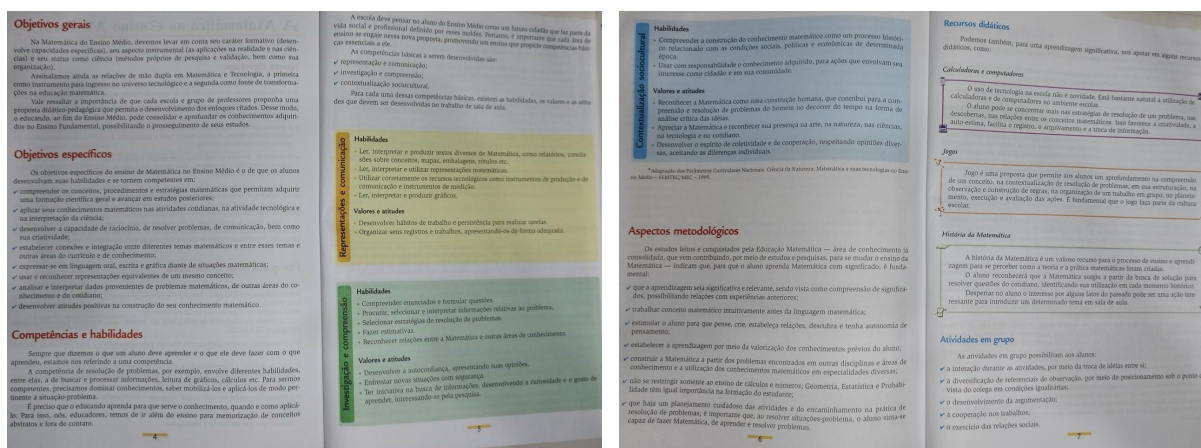
Figura 7: Estrutura do novo livro



Fonte: BONJORNO; GIOVANNI JR; SOUSA (2020)

Já o material antigo em cada capítulo traz apenas os conteúdos que serão abordados. Ao final do livro, como mostra a Figura 08, há os objetivos gerais, objetivos específicos e habilidades e competências. Também são apresentados os recursos didáticos, mas não são utilizados com tanta frequência como no novo material. O ponto negativo é que é apresentado de forma geral e não para cada conteúdo.

Figura 08: Diretrizes do material antigo



Fonte:(GIOVANNI; BONJORN, 2005, p. 4-7)

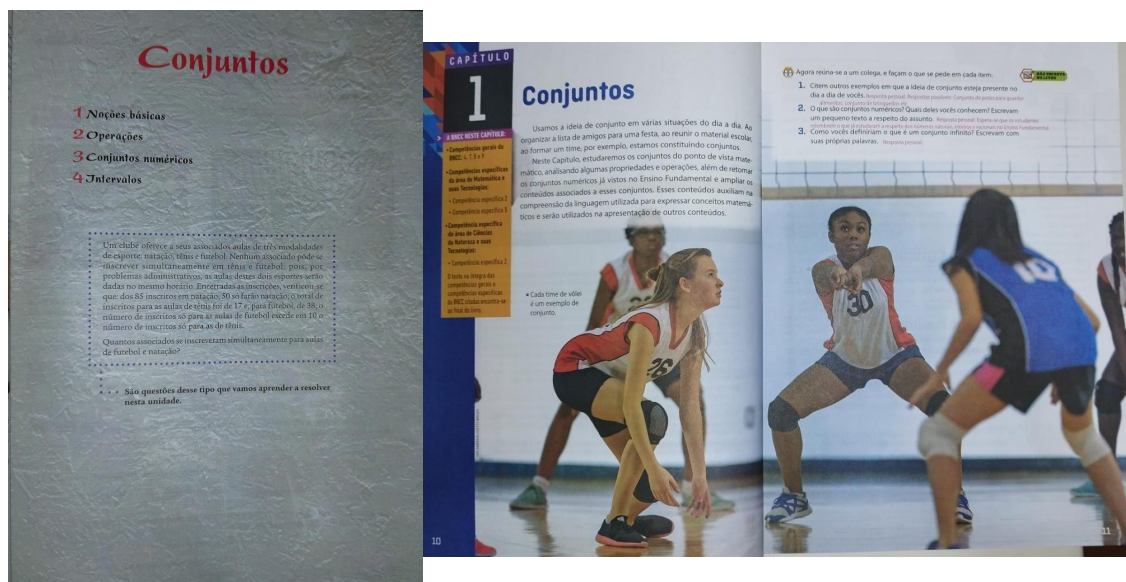
4.1 Primeiro bimestre

De acordo com o documento da Secretaria da Educação do Tocantins, de Referência para a elaboração dos planos de ensino do ano de 2018, a primeira série do ensino médio inicia o 1º bimestre com os conteúdos: Conjuntos numéricos e operações, Problemas envolvendo conjuntos numéricos, Produtos notáveis, Equação e Inequação do 1º grau, Função do 1º grau e aplicações, porcentagem, razão e proporção, grandezas diretamente e inversamente proporcionais, equação e inequação do 2º grau, função do 2º grau e aplicações.

A página capitular do conteúdo de conjuntos difere muito do novo livro para o antigo, conforme mostra a Figura 09. O antigo traz apenas um pequeno texto e os conteúdos que serão estudados, já o novo, apresenta as competências gerais da BNCC, competências específicas da área de matemática e suas tecnologias e a competência específica da área de ciências da natureza e suas tecnologias. Além

disso, traz um exemplo do cotidiano para mostrar de forma prática a aplicação. Após a exemplificação, os autores trazem alguns questionamentos para instigar a curiosidade e conhecimentos prévios dos alunos.

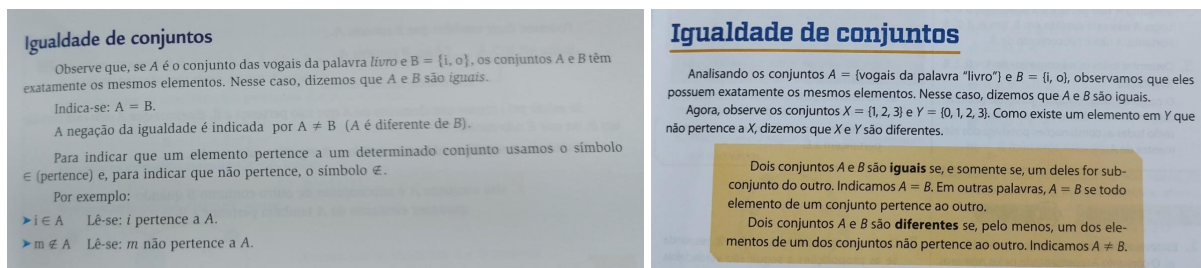
Figura 09: Distinções entre a abertura dos capítulos de conjuntos



Fonte: (GIOVANNI; BONJORN, 2005. p. 79); (BONJORN; GIOVANNI JR; SOUSA, 2020, p. 10, 11)

No novo material, inicia-se o conteúdo de conjuntos trazendo um texto que mostra alguns sinais de operação e igualdade, e a partir desse ponto é introduzido o que será estudado no capítulo. Ao decorrer ele traz o “conceito inicial” e a representação de conjuntos, para depois entrar nos tipos de conjuntos. Contrário a esse método, o material antigo traz uma idéia simples do que é conjunto e já entra na parte de tipos de conjuntos. Ambos trazem a explicação de conjuntos por meio de símbolos lógicos matemáticos e diagrama de Venn, onde em rápidas palavras falam do matemático John Venn e sua contribuição no campo de estudo.

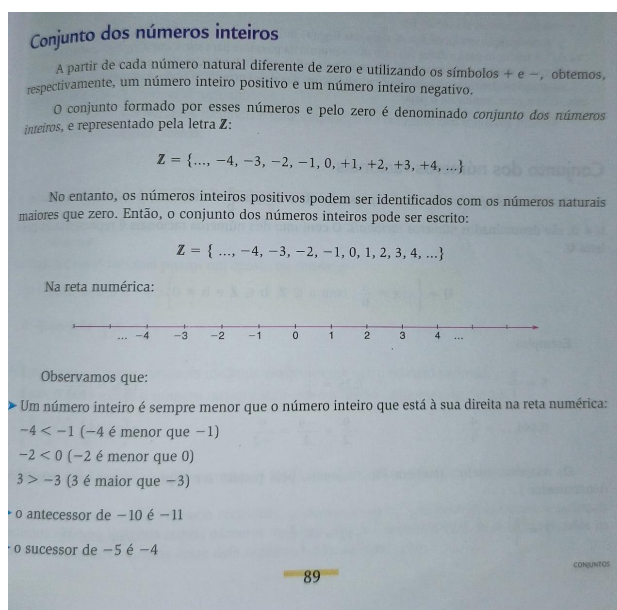
Apesar dos dois livros trazerem definições iguais, o novo material tem uma linguagem matemática e estética mais clara, facilitando a explicação e compreensão, como mostra a Figura 10.

Figura 10: Comparação entre as definições de igualdade de conjuntos

Fonte: (GIOVANNI; BONJORNO, 2005 p. 81); (BONJORNO; GIOVANNI JR; SOUSA 2020, p. 15)

Um ponto negativo do livro antigo é que os exercícios ficam muito acumulados e já no novo material eles vem após cada tópico do conteúdo e dão sequência numérica, mesmo estando em listas separadas, dando assim uma ideia de continuidade.

Quanto a conjuntos numéricos, as teorias do material antigo são bastante resumidas, poucas partes são destacadas e o material não é muito chamativo para as particularidades/características de cada conjunto, conforme a Figura 11.

Figura 11: Conjunto dos números inteiros (material antigo)

Fonte: (GIOVANNI; BONJORNO 2005, p. 89)

Já no novo material, os autores trouxeram uma estrutura mais chamativa (Figura 12), tanto para as teorias, com partes destacadas para facilitar a localização e fixação, como para a aplicação em softwares, como por exemplo o Geogebra.

Figura 12: Conjunto dos números inteiros (material novo)

Conjunto dos números inteiros

Durante o Renascimento (entre os séculos XIV e XVII), a circulação de dinheiro aumentou por causa da expansão comercial. Isso fez que comerciantes se envolvessem com situações de lucro e prejuízo e, para facilitar a representação dessa movimentação financeira, começaram a utilizar os símbolos + (mais), para representar um valor positivo ou lucro, e - (menos), para representar um valor negativo ou prejuízo.

O conjunto formado pelos números positivos, negativos e zero é denominado **conjunto dos números inteiros** e é representado por Z .

$Z = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4, \dots\}$ ou $Z = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$

Todos os números naturais pertencem ao conjunto dos números inteiros, ou seja, o conjunto dos números naturais é um subconjunto do conjunto dos números inteiros, como mostra o diagrama a seguir. Além disso, podemos escrever $N \subset Z$.

PENSE E RESPONDA
 Todo número natural também é um número inteiro? Sim.
 Ver as Orientações para o professor.

Na reta orientada, o conjunto Z pode ser assim representado:

... -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 ...
 sentido negativo sentido positivo

Note que cada ponto marcado na reta está associado a um único número inteiro e que, reciprocamente, cada número inteiro está associado a apenas um desses pontos.

A respeito dos números inteiros:

- Todo número inteiro tem um antecessor e um sucessor. Por exemplo: o antecessor de -10 é -11 , e o sucessor de -1 é 0 .
- Dois números inteiros são **opostos** ou **simétricos** quando a soma deles é igual a zero. Por exemplo: o oposto de 1 é -1 , e o oposto de -3 é 3 . O oposto de zero é o próprio zero.

Na reta orientada, identificamos dois números opostos quando eles são simétricos em relação ao zero, ou seja, estão a uma mesma distância da origem. Observe:

3 unidades 3 unidades
 -3 0 3
 1 unidade 1 unidade
 -1 0 1
 -1 é o simétrico de 1

Destacamos, agora, importantes subconjuntos de Z :

- números inteiros não nulos: $Z^* = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4, \dots\} = Z - \{0\}$
- números inteiros não negativos: $Z_+ = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$
- números inteiros não positivos: $Z_- = \{0, -1, -2, -3, -4, \dots\}$
- números inteiros positivos: $Z^*_+ = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$
- números inteiros negativos: $Z^*_- = \{-1, -2, -3, -4, \dots\}$
- números pares: $P = \{\dots, -4, -2, 0, 2, 4, \dots\}$, ou seja, são os números que, divididos por 2, têm resto 0.
- números ímpares: $I = \{\dots, -3, -1, 1, 3, \dots\}$, ou seja, são os números que, divididos por 2, têm resto 1.

No conjunto Z as operações de adição, subtração e multiplicação estão bem definidas. Isso significa que, quaisquer que sejam dois números inteiros, essas operações sempre resultam em um número inteiro. Veja alguns exemplos:

a) $-5 + 8 = 3$ c) $10 - (-17) = 10 + 17 = 27$ e) $-7 \cdot 3 = -21$
 b) $25 + (-2) = 25 - 2 = 23$ d) $-40 - 21 = -61$ f) $4 \cdot (-9) = -36$

No entanto, no conjunto dos números inteiros, não é possível obter um número inteiro como quociente de algumas divisões exatas, como $7 : 2$, por exemplo. Desse modo, surge a necessidade de definir novos conjuntos numéricos.

Fonte: (BONJORNO; GIOVANNI JR; SOUSA 2020, pg. 26, 27)

Da mesma forma, a página capitular de funções traz todas as competências da BNCC, gerais e específicas da área de matemática e suas tecnologias e ciências da natureza e suas tecnologias, para contextualização do conteúdo. Os autores trouxeram o exemplo do taxímetro, onde há uma parte fixa e o valor cobrado por quilômetro percorrido. O estudo de funções vem para auxiliar na modelagem dessas situações.

Após a contextualização vem alguns questionamentos pessoais e perguntas induzindo os alunos a comentarem sobre funções e função afim. No material anterior, há apenas a apresentação dos tópicos e uma breve exemplificação que instiga os alunos a calcularem/observarem as opções e escolherem a melhor a partir de cálculos referentes à função do 1º grau.

Ambos os materiais trazem a “ideia de função” e em sequência algumas situações que mostram a aplicação do conteúdo em atividades do cotidiano como, por exemplo, serviço de envio de cartão postal, como mostra a Figura 13.

Figura 13: Introdução ao conteúdo de funções em ambos os materiais



Fonte: (GIOVANNI; BONJORNO 2005, p. 104); (BONJORNO; GIOVANNI JR; SOUSA 2020, p. 60, 62)

A partir desse ponto os dois materiais seguem o mesmo padrão, trazendo a definição de função, com exemplificação com diagramas. Domínio, contradomínio e conjuntos imagem de uma função, assim também trazendo exemplificações com e ilustrações com diagramas. Logo após vem o estudo do domínio de uma função real e exercícios. Em sequência, vem a construção de gráficos de uma função, interpretação e leitura de gráficos, identificação do gráfico de uma função domínio e imagem no gráfico de uma função. Logo em seguida há exercícios resolvidos e lista de exercícios, que seguem um mesmo padrão, começando por mais simples e aumentando o nível de dificuldade aos poucos.

O material anterior à BNCC traz alguns tópicos antes do estudo de função afim que o novo material trabalha posteriormente, que são: crescimento e decrescimento de uma função, função composta, funções sobrejetora, injetora e bijetora, função inversa. Assim dão uma visão mais ampla e melhor entendimento, quando se entra no estudo de funções.

Em seguida, iniciam-se os estudos de função polinomial do 1º grau, onde apresentam os elementos e definição da função. Em sequência, vêm função linear e proporcionalidade, concluindo esses tópicos com exercícios, que apresentam uma expressiva quantidade de exercícios de vestibulares no novo material. Após vem o estudo do gráfico da função afim, zero da função, taxa de

variação, tendo um diferencial importante no novo material, a finalização dessa etapa com o uso de software para analisar o coeficiente, linear e angular, da função afim. Após esses estudos, ele retoma alguns pontos que o material anterior já tinha passado, que são: crescimento e decrescimento da função afim e estudo do sinal da função afim, finalizando o capítulo com estudo de inequação do 1º grau e lista de exercícios com a mesma sequência lógica nos materiais.

A abertura do capítulo de porcentagem traz os mesmos elementos dos anteriores, as competências e habilidades, texto e questionário referente ao conteúdo para identificar o conhecimento prévio do estudante. No material antigo apenas os conteúdos e uma rápida exemplificação do que será abordado no capítulo. Os dois materiais apresentam a mesma estrutura, iniciando com definição de porcentagem, aumentos e descontos sucessivos, lucro e prejuízo, finalizando essa parte com lista de exercícios resolvidos (exemplos) e atividades que são distintas um do outro, o material antigo tendo atividades mais abstratas, conforme a Figura 14.

Figura 14: Atividade dos conteúdos de porcentagem dos dois materiais

EXERCÍCIOS

1. Escreva as seguintes frações na forma de porcentagem:
a) $\frac{1}{10}$ b) $\frac{3}{10}$ c) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{3}{4}$

2. Transforme cada número decimal a seguir na forma de porcentagem.
a) 0,30 b) 0,07 c) 1,25 d) 3,04

3. Escreva cada porcentagem em números decimais.
a) 6% b) 90% c) 74,98% d) 6,9%

4. A porcentagem que representa a parte cobrada de venda de cada figura.

5. (FUVEST) Uma pessoa possui a quantia de R\$ 150,00 para comprar um terreno, cujo preço é R\$ 12,00 por metro quadrado. Considerando que precisa para obter a documentação do imóvel contratar um corretor em 5% do preço do terreno, perguntamos:
a) Qual é o custo final de cada m² do terreno?
b) Qual é a área máxima que a pessoa pode adquirir com o dinheiro que ela possui?

6. Rafael fez um exame de seleção para disputar uma vaga numa empresa. O quadro mostra quantas questões ele acertou em cada prova.

PROVA	TOTAL DE QUESTÕES	RESPOSTA CERTA
Matemática	50	39
Língua	40	32
Português	25	21
Compreensão	15	18

Até qual matéria Rafael obteve o melhor desempenho?
Até qual matéria Rafael obteve o pior desempenho?

ATIVIDADES

1. Copie o quadro a seguir e complete com os valores que estão faltando.

Fração	Representação decimal	Porcentagem
$\frac{9}{10}$	0,9	90%
$\frac{1}{4}$	0,25	25%
$\frac{13}{200}$	0,065	6,5%
$\frac{22}{25}$	0,88	88%
$\frac{2}{25}$	0,08	8%

2. Calcule.
a) 14% de 3.000 b) 0,05% de 300 c) 40% de 1000 d) 25% de 1000

3. A população de uma cidade, com cerca de 90.000 habitantes, cresce anualmente 2,5%. Quantos habitantes essa cidade terá:
a) no fim de 1 ano?
b) no fim de 2 anos?

4. ESPM-SP) Deseja-se obter cópia reduzida de um documento. A fotocopadora opera reduzindo proporcionalmente as dimensões do documento original. Sabendo-se que, para cópias comuns, o equipamento indica em seu visor "Dimensão = 100%", qual deverá ser o valor digitado no painel de comando, para que a área do documento reduzido seja igual a um quarto da área do documento original?

5. (UPPE) Em um exame de vestibular, 30% dos candidatos eram da área de Ciências Sociais. Dentre estes candidatos, 20% optaram pelo curso de Administração. Indique a porcentagem, relativa ao total de candidatos, dos que optaram por Administração.

6. Uma mercadoria tem seu preço reajustado anualmente com um acréscimo de 5%. Sabendo que o preço atual seja R\$ 200,00, qual será o preço dessa mercadoria daqui a 3 anos?

7. (UFV-MG) A viagem No Lento do Asfalto faz a linha entre duas cidades que distam 800 km uma da outra. Por questão de segurança, foram determinadas duas paradas obrigatórias para o revezamento dos motoristas. O primeiro trecho da viagem corresponde a 40% de todo o trajeto e o segundo trecho, a 55% do restante. Calcule:
a) A distância que é percorrida no primeiro trecho da viagem.
b) A distância que é percorrida no segundo trecho da viagem.
c) O tempo de percurso do terceiro trecho, caso o motorista mantenha uma velocidade média de 90 km/h.

8. Em uma loja, um aparelho de ar-condicionado custa R\$ 8.000,00 à vista.

A potência de refrigeração dos aparelhos de ar-condicionado é indicada em BTU, que significa Unidade Térmica Britânica. Essa especificação deve ser escolhida de acordo com o ambiente no qual o aparelho será instalado.

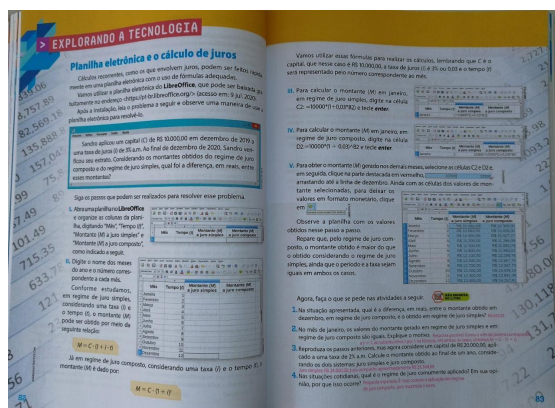
Vendido a prazo, o valor desse aparelho sofre um acréscimo de 10%, e o total é dividido em duas prestações iguais. Qual é o valor de cada prestação?

Fonte: (GIOVANNI; BONJORNO, 2005, p. 287); (BONJORNO; GIOVANNI JR; SOUSA 2020, p. 69)

No novo material, antes de iniciar o estudo de juros, há uma rápida explicação do que são juros e como calculá-los com auxílio da calculadora. Após essa introdução, iniciam-se os estudos de juros simples, com sequência de lista de exercícios resolvidos e atividades e da mesma forma para juros compostos, isto nos

dois materiais e na finalização do capítulo no novo material, vem a aplicação do conteúdo em gráficos, fazendo a junção de juros simples e função afim, juros compostos e função exponencial. Em sequência, lista de atividades resolvidas e atividades propostas para os alunos e o uso de TDIC's, conforme a Figura 15, para o estudo de juros usando o software LibreOffice e atividades complementares.

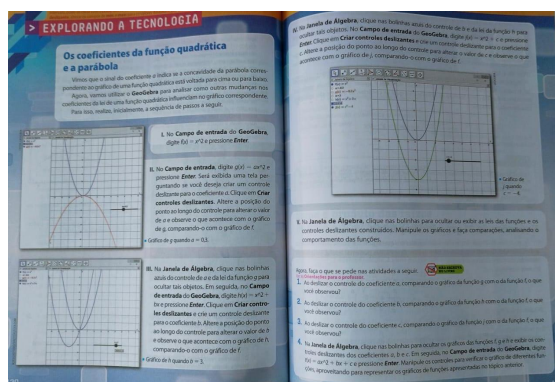
Figura 15: Uso de TDIC's



Fonte: BONJORNO; GIOVANNI JR; SOUSA (2020, p. 82, 83)

A comparação da abertura do capítulo de função quadrática dos dois materiais segue o mesmo padrão dos capítulos anteriores, mostrando as habilidades e competências, texto e questionário no novo material, conteúdos e uma exemplificação curta no material antigo. Os tópicos dos dois livros seguem a mesma sequência, introdução, estudo da função quadrática, gráfico da função quadrática e atividades. O diferencial é que no novo material utiliza-se software educacional para auxiliar no estudo do gráfico, conforme a Figura 16, alterando os coeficientes da função e observando o comportamento da parábola.

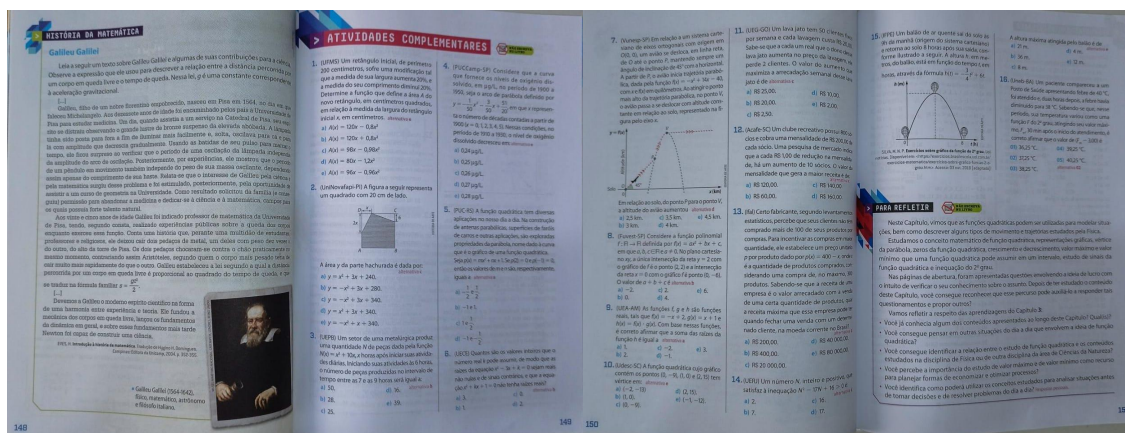
Figura 16: Uso do Geogebra para o estudo da parábola



Fonte: (BONJORNO; GIOVANNI JR; SOUSA 2020, p. 120, 121)

Em sequência, vem o estudo do zero da função. O novo material traz algumas explicações a mais, que são: o estudo da equação do 2º grau incompleta, equação do 2º grau completa, soma e produto das raízes, forma fatorada da equação do 2º grau. A partir desse ponto, os dois livros se igualam na sequência do conteúdo, chegando ao vértice da parábola, com lista de exemplos e atividades, crescimento e decrescimento da função quadrática, valor mínimo e máximo da função quadrática, imagem da função, lista de atividade e, mais uma vez, o novo material distingue-se do antigo por conta do uso de softwares para o estudo do valor máximo e mínimo da função. Concluindo o capítulo com a investigação do comportamento de variáveis, estudo do sinal da função quadrática e por fim inequações do 2º grau com lista de atividades, e no novo material há história da matemática, atividades complementares e o “para refletir”, onde o aluno tem espaço para uma auto análise, conforme mostra a Figura 17.

Figura 17: Finalização do capítulo de função quadrática



Fonte: BONJORNO; GIOVANNI JR; SOUSA (2020, p. 148-151)

Nenhum dos dois materiais trazem os conteúdos razão e proporção, grandezas diretamente e inversamente proporcionais

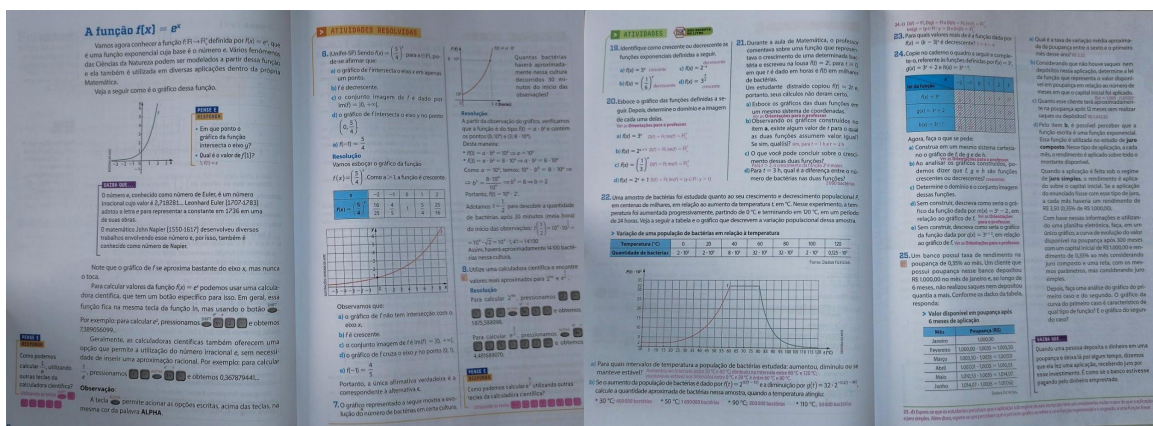
4.2 Segundo bimestre

O segundo bimestre é composto pelos conteúdos: Potências e radicais, Função exponencial e suas propriedades, Ângulos, Ângulos em um triângulo, Congruência de triângulos, Polígonos convexos, Polígonos regulares, Área de uma superfície poligonal, Quadriláteros, Circunferência, Área do círculo.

Para o estudo de função exponencial, o capítulo de ambos os livros começa com o estudo de potenciação e radiciação. A abertura do capítulo dos dois livros traz os mesmos elementos dos capítulos comentados anteriormente.

Tanto a potenciação como a radiação se dão por meio dos estudos de suas propriedades em ambos os materiais, finalizando com lista de exemplos e atividades que na sua totalidade são de mesmo nível de dificuldade. Após essa revisão do conteúdo introduz-se o conteúdo função exponencial, apenas com a definição e equação exponencial no antigo material, enquanto que no novo, o conteúdo é bem mais destrinchado, com o estudo do gráfico da função, a função $f(x) = e^x$, seguido de uma extensa lista de exercícios resolvidos e atividades, conforme a Figura 18, completando essa etapa com o uso de TIC 's para estudar a base da potenciação e o gráfico da função exponencial. Em seguida vem o estudo de equações exponenciais e inequação exponencial, finalizando o capítulo com atividades e atividades complementares e o espaço para os alunos fazerem uma análise do conteúdo e a aprendizagem obtida.

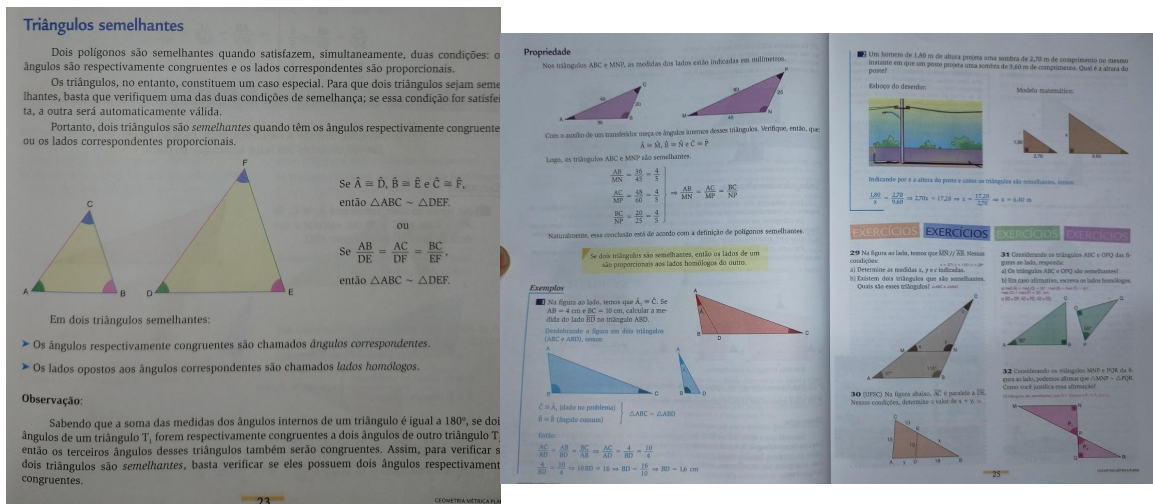
Figura 18: Exemplos e atividades de função exponencial no novo material



Fonte: (BONJORNO; GIOVANNI JR; SOUSA 2020, p. 66 - 69)

Nenhum dos materiais traz o conteúdo de ângulos. A abordagem de congruência de triângulos tem uma grande diferença entre os materiais; no antigo vem apenas uma rápida definição de congruência e palavreado mais complexo, conforme mostra a Figura 19.

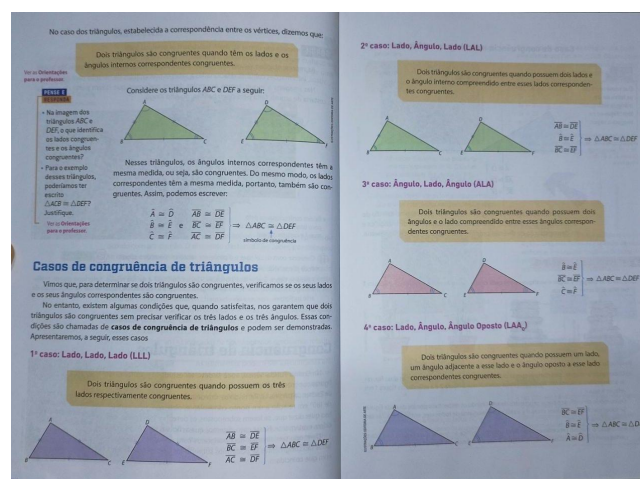
Figura 19: Triângulos semelhantes (material antigo)



Fonte: GIOVANNI; BONJORNO (2005, p. 23-25)

Já o novo material tem uma linguagem mais simples, facilitando a compreensão do conteúdo, além de que traz os quatro casos de congruência de triângulos (Figura 20) e congruência no triângulo retângulo, finalizando com lista de atividades e história da matemática.

Figura 20: Triângulos congruentes (material novo)

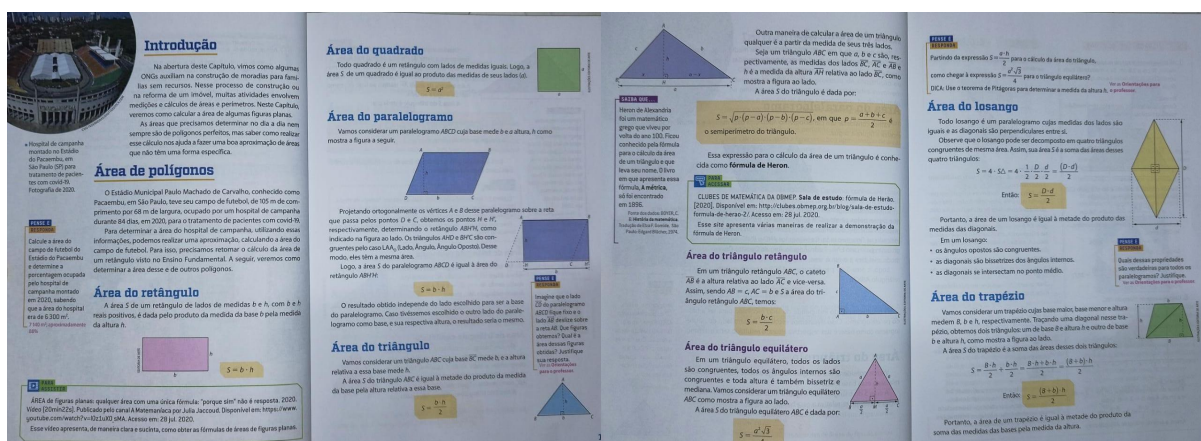


Fonte: (BONJORNO; GIOVANNI JR; SOUSA 2020, p. 22, 23)

Nenhum dos materiais traz conteúdo polígonos convexos e o antigo não aborda polígonos além dos triângulos. O novo material inicia polígonos regulares com um texto exemplificando a utilidade/aplicação do conteúdo; após, os autores trouxeram os elementos de um polígono regular inscrito em uma circunferência, as relações métricas nos polígonos regulares, a área de um polígono regular, a área e o perímetro de um polígono regular em função da medida dos lados, concluindo com a razão entre áreas de polígonos semelhantes, exemplos e atividades, também tendo o uso de TDIC's para a explorar polígonos inscritos na circunferência. Já o material antigo não tem os conteúdos: polígono regular nem área de uma superfície poligonal.

O novo material, como de praxe, traz as habilidades e competências esperadas que o aluno desenvolva no decorrer do capítulo, tanto quanto apresenta texto contextualizando a teoria com o cotidiano. O conteúdo é organizado por tipo de polígonos seguindo uma sequência lógica, sendo: área do retângulo, área do quadrado, área do paralelogramo, área do triângulo, área do triângulo retângulo, área do triângulo equilátero, área do losango, área do trapézio. Conforme a Figura 21, todos com as devidas explicações e demonstrações das fórmulas de área, com exemplificação e atividades.

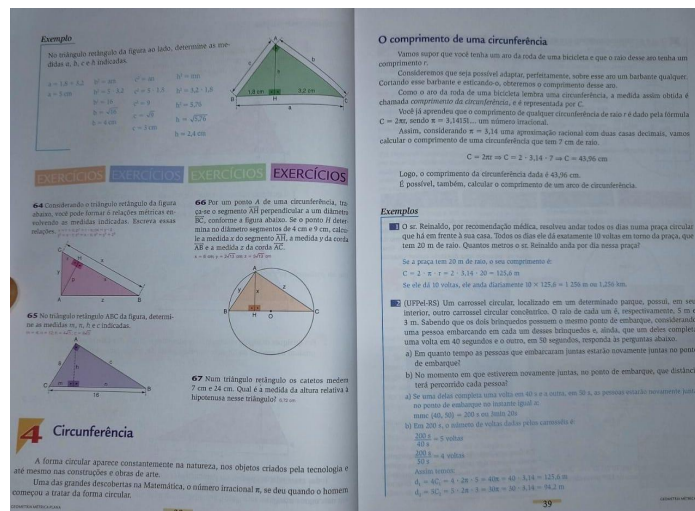
Figura 21: Área dos polígonos



Fonte: (BONJORNO; GIOVANNI JR; SOUSA 2020, p. 12 - 15)

O material antigo traz o conteúdo de circunferência, já o novo, não. De forma resumida e exemplificada, mostra uma situação onde se faz o uso da circunferência para resolvê-la, Figura 22.

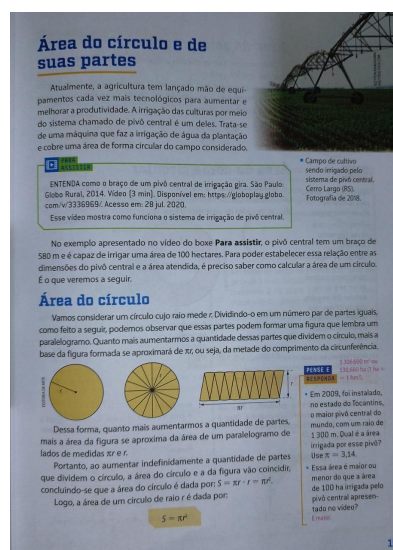
Figura 22: Circunferência (material antigo)



Fonte: (GIOVANNI; BONJORNO, 2005, p. 38, 39)

O novo material contém o conteúdo de área do círculo, como mostra a Figura 23, onde há a demonstração e exemplificação, junto com um link disponível para que os alunos acessem para verem na prática a aplicação do conteúdo. Concluindo com exemplos e atividades.

Figura 23: Área do círculo (novo material)



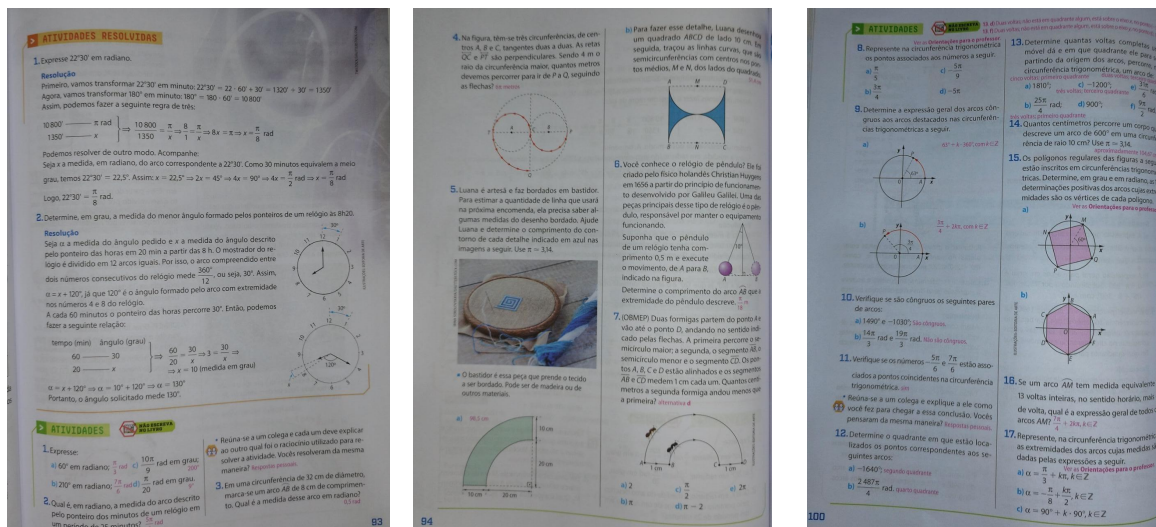
Fonte: (BONJORNO; GIOVANNI JR; SOUSA 2020, p. 19)

4.3 Terceiro bimestre

O terceiro bimestre contém os seguintes conteúdos: Ângulos em uma circunferência, Área de Figuras semelhantes, Logaritmos e suas propriedades, Função logarítmica e Função modular.

A abertura do capítulo de razões trigonométricas na circunferência, trazendo as mesmas distinções dos capítulos anteriores entre os dois materiais. No início do capítulo, ambos trazem sequência de conteúdo de forma análoga: Arcos de circunferência, ângulo central, medida de comprimento de arcos de circunferência, unidades de medidas de arcos de circunferência (grau e radiano). O novo material tem a relação entre grau e radiano. Ambos os materiais contém exemplos e atividades que seguem um mesmo padrão e até mesmo questões idênticas, conforme é apresentado nas Figuras 24 e 25.

Figura 24: Atividade trigonometria no ciclo (material novo)



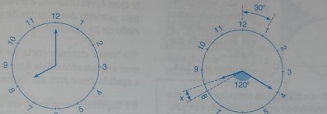
Fonte: BONJORNO; GIOVANNI JR; SOUSA (2020, p. 93, 94, 100)

Figura 25: Atividade trigonometria no ciclo (material antigo)

6 Determine, em graus e rad, a medida do menor ângulo formado pelos ponteiros de um relógio às 8h 20min.

Vamos considerar:

- $\alpha \rightarrow$ medida do ângulo pedido
- $x \rightarrow$ medida do ângulo descrito pelo ponteiro das horas em 20 min, a partir das 8 h



O mostrador do relógio é dividido em 12 partes iguais. Por isso, o arco compreendido entre dois números consecutivos mede $\frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$.

Assim, $\alpha = x + 120^\circ$.

Como a cada 60 minutos de tempo o ponteiro das horas percorre 30° , temos:

tempo	ângulo descrito
60 min	30°
20 min	x

Dai, obtemos:

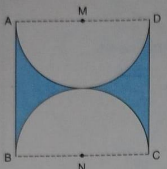
$$\frac{60}{20} = \frac{30^\circ}{x} \Rightarrow 3 = \frac{30^\circ}{x} \Rightarrow x = 10^\circ$$

$\alpha = x + 120^\circ \Rightarrow \alpha = 10^\circ + 120^\circ \Rightarrow \alpha = 130^\circ$

Em radianos:

$$\left. \begin{array}{l} 180^\circ \text{ --- } \pi \text{ rad} \\ 130^\circ \text{ --- } x \end{array} \right\} x = \frac{130^\circ \cdot \pi}{180^\circ} = \frac{13\pi}{18} \text{ rad}$$

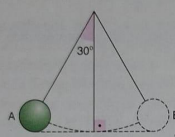
6 Determine o perímetro da figura colorida de azul, indicada a seguir.



Sabe-se que ABCD é um quadrado de lado 10 cm. As linhas curvas são semicircunferências com centros nos pontos médios, M e N, dos lados do quadrado.

Considere $\pi = 3,14$.

7 O pêndulo de um relógio tem comprimento 0,5 m e executa o movimento, de A para B, indicado na figura.

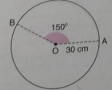


Determine o comprimento do arco AB que a extremidade do pêndulo descreve.

EXERCÍCIOS

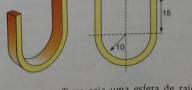
1 (UEOP-MG) Um ciclista de uma prova de resistência deve percorrer 500 km em torno de uma pista circular de raio 200 m. Calcule o número aproximado de voltas que ele deve dar. Use $\pi = 3,14$.

2 Ache a medida do comprimento do arco AB, indicado na figura. Considere $\pi = 3,14$.



3 Num círculo de raio $r = 30$ cm, um arco de comprimento 6 cm subtende um ângulo central de medida α . Determine α (em radianos).

4 Qual o comprimento da chapa metálica necessária para confeccionar a peça de fixação, em forma de "U", mostrada na figura? As medidas indicadas estão em centímetros. Considere $\pi = 3,14$.



5 Supondo que a Terra seja uma esfera de raio $r = 6\,375$ km, determine a distância do equador a um ponto situado a uma latitude 30° norte. Adote $\pi = 3,14$.

8 Ache as medidas de três ângulos, em graus, sabendo que a soma da medida do primeiro com a do segundo é 12° , a soma da medida do segundo com a do terceiro é 9° e a do primeiro com a do terceiro é $\frac{\pi}{36}$ rad.

9 Qual é, em radianos, a medida do ângulo descrito pelo ponteiro dos minutos de um relógio, num período de 25 minutos?

10 Numa circunferência de 32 cm de diâmetro, marca-se um arco AB de 8 cm de comprimento. Qual a medida desse arco em radianos?

11 Expresse em graus e em radianos as medidas dos arcos que correspondem a:

a) $\frac{1}{6}$ da medida da circunferência

b) $\frac{2}{5}$ da medida da circunferência

12 Determine a medida do menor ângulo formado pelos ponteiros de um relógio:

a) às 9h 10min

b) às 12h 15min

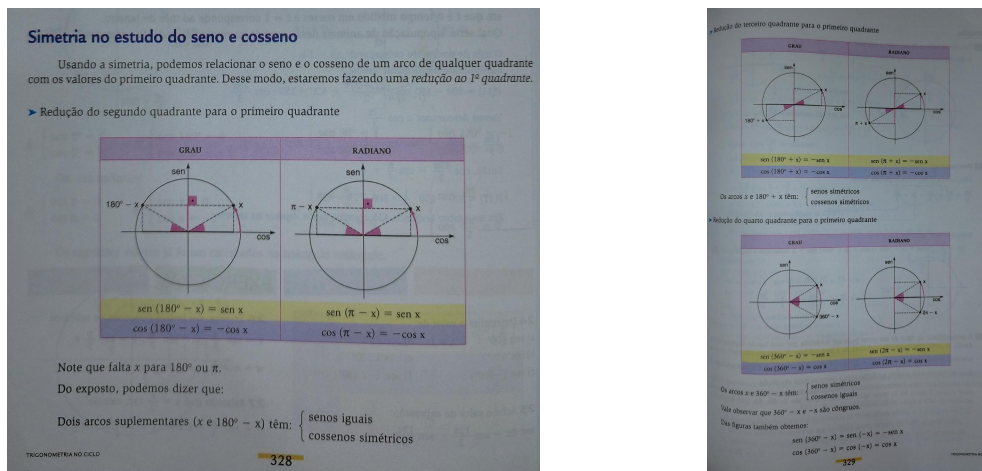
c) às 5h 12min

d) às 12h 15min

Fonte: (GIOVANNI; BONJORNIO 2005, p. 319, 320)

Os livros dão continuidade semelhantemente nas teorias, com circunferência orientada, arcos côngruos. O novo material finaliza essa parte com um diferencial que é a associação de números reais a pontos da circunferência trigonométrica, concluindo com exemplos e atividades. No estudo de seno e cosseno, os livros apresentam as mesmas teorias, apesar de terem uma linguagem diferente; o antigo apresenta como “simetria no estudo do seno e cosseno” (Figura 26).

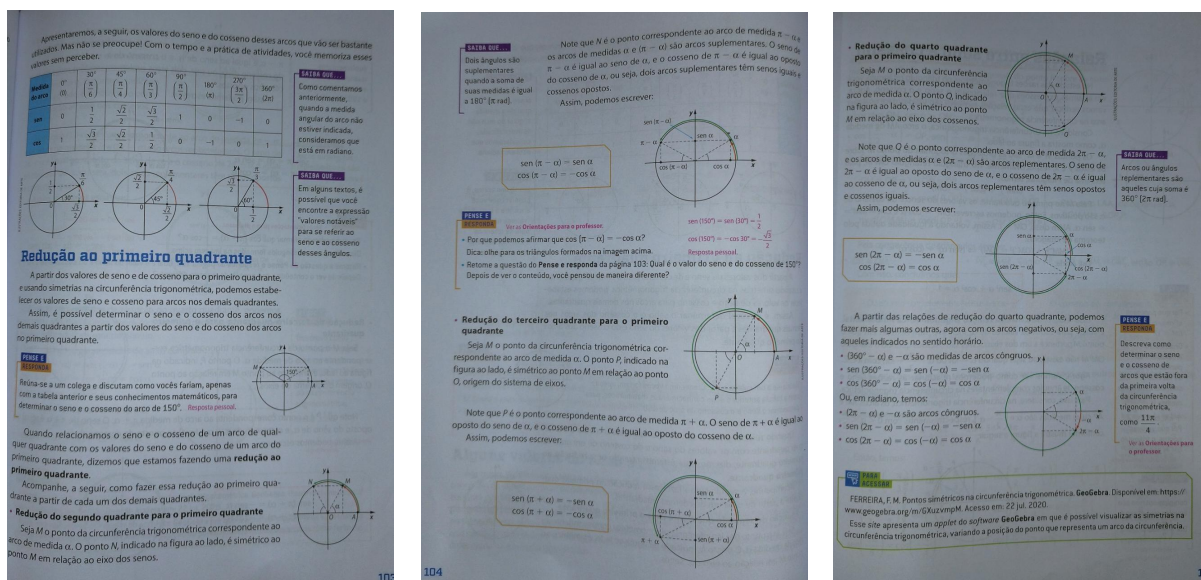
Figura 26: Redução ao primeiro quadrante (material antigo)



Fonte: GIOVANNI: BONJORNO (2005, p. 328, 329)

Enquanto que o novo trata como “redução ao primeiro quadrante”, conforme a Figura 27. O material antigo traz o gráfico das funções seno e cosseno, concluindo essa parte com exemplos e atividades. O material antigo traz uma lista bem resumida, já o novo material, traz uma lista mais robusta, contendo exercícios de vestibulares, apresentando posteriormente a mesma sequência para a tangente. Na conclusão utilizam o Libreoffice para fazer uma calculadora trigonométrica, história da matemática e atividades complementares.

Figura 27: Redução ao primeiro quadrante (material novo)

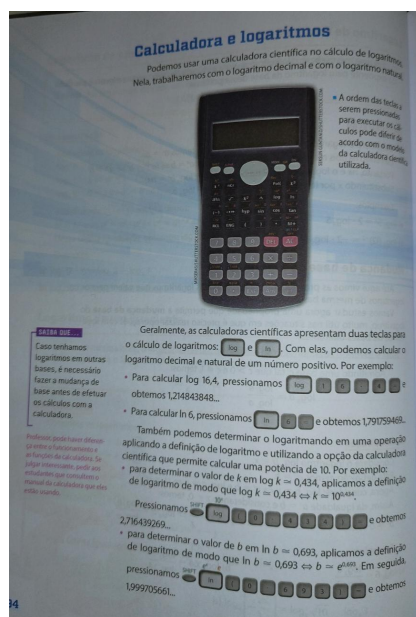


Fonte: (BONJORNO; GIOVANNI JR; SOUSA 2020, p. 103 - 105)

Como analisado anteriormente, o material antigo não tem o conteúdo de áreas, muito menos área de figuras semelhantes. Já o novo material traz um breve estudo sobre esse tema, trazendo a definição, atividades resolvidas e atividades.

O capítulo de função logarítmica de ambos os livros apresenta as mesmas características dos capítulos já comparados. Os dois livros têm os mesmos subtópicos (logaritmo, propriedade do logaritmo, condição de existência do logaritmo, logaritmo de um produto, do quociente, de uma potência e mudança de base do logaritmo), só que em sequências diferentes. Em todos os casos fazendo a demonstração e exemplificação. O diferencial é que no novo faz-se o uso da calculadora(ver Figura 28) para o cálculo de logaritmos, atividades resolvidas e atividades.

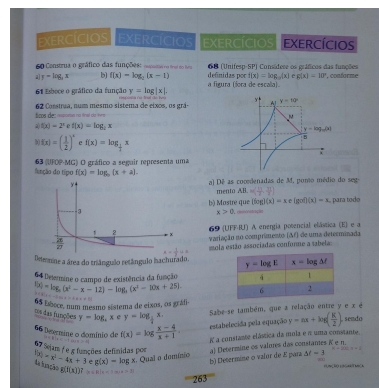
Figura 28: Uso da calculadora no cálculo de logaritmos



Fonte: BONJORNO; GIOVANNI JR; SOUSA (2020, p.94)

No livro antigo primeiro vêm as equações logarítmicas e depois a função logarítmica, diferentemente do novo material, onde primeiro tem função para depois estudar as equações logarítmicas. No livro antigo vem apenas a definição de função logarítmica, uma contextualização e poucas questões, como mostra a Figura 29.

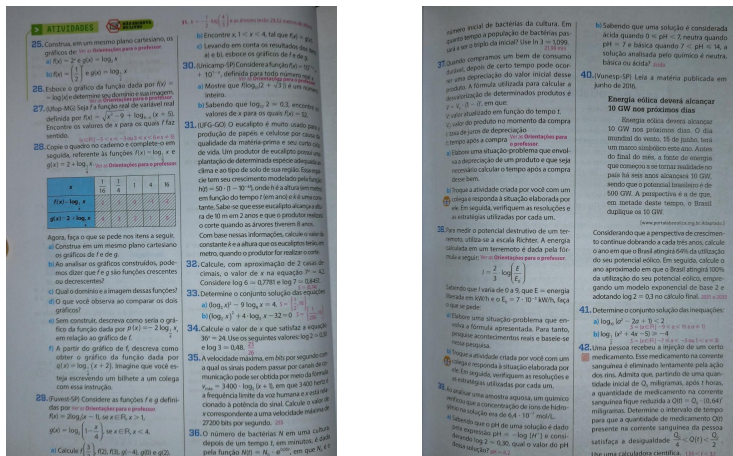
Figura 29: Atividade função logarítmica (material antigo)



Fonte: (GIOVANNI; BONJORNO 2005, p. 263)

No novo material é explanado de maneira diferente; primeiro vem a definição, gráfico da função logarítmica, relação entre função exponencial e função logarítmica e, só após, os exemplos e atividades, em uma quantidade bem mais expressiva, como demonstrado na Figura 30.

Figura 30: Atividade função logarítmica (material novo)



Fonte: BONJORNO; GIOVANNI JR; SOUSA (2020, p.106, 107)

O conteúdo de funções modulares é inicializado pelo estudo do módulo de um número real em ambos os livros; logo em sequência, o material antigo já parte para a função modular e depois para equação modular, enquanto que o novo material estuda a distância entre dois pontos na reta real, função modular e gráfico

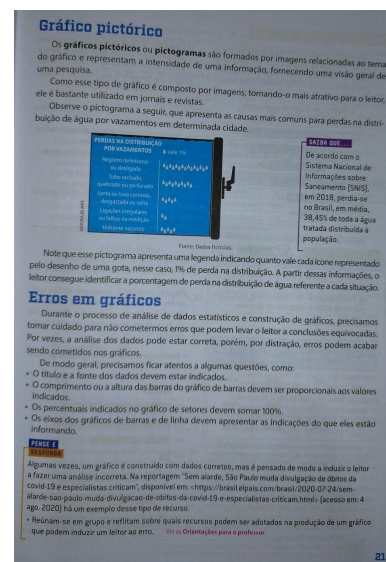
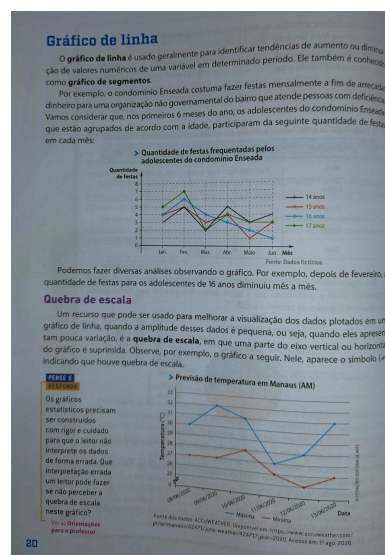
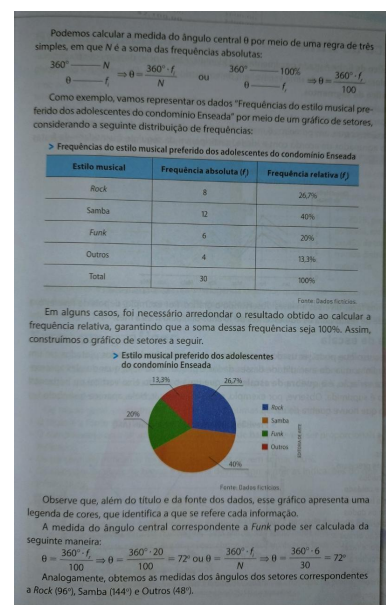
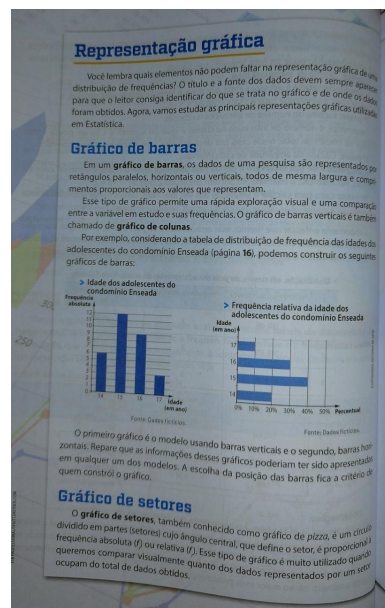
da função modular; em seguida, equação modular, e encerra o capítulo com o uso de TDIC's para a resolução de equações modulares.

4.4 Quarto bimestre

O último bimestre tem os conteúdos: estatística, medidas de tendência central, teorema de Tales, semelhança de triângulos, triângulo retângulo, relações métricas no triângulo retângulo, trigonometria no triângulo retângulo, lei dos senos e dos cossenos.

O material antigo não tem os conteúdos de estatística e medidas de tendência central. O capítulo do novo material de noções de estatística traz as competências e habilidades esperadas que os alunos alcancem no decorrer dos estudos. Inicia com uma contextualização e questionário pessoais. Traz a explicação do que é estatística, termos importantes (população, amostra, variável), frequência absoluta e frequência relativa; após vem o estudo gráfico (ver Figura 31) que pode ser por barras, setores, de linha e gráfico pictórico, com atividades resolvidas e lista de atividades. Finalizando, estatística da primeira série do ensino médio, com medidas de tendência central, média aritmética, mediana, moda, medidas de tendência central com dados agrupados e atividades.

Figura 31: Tipos de gráfico

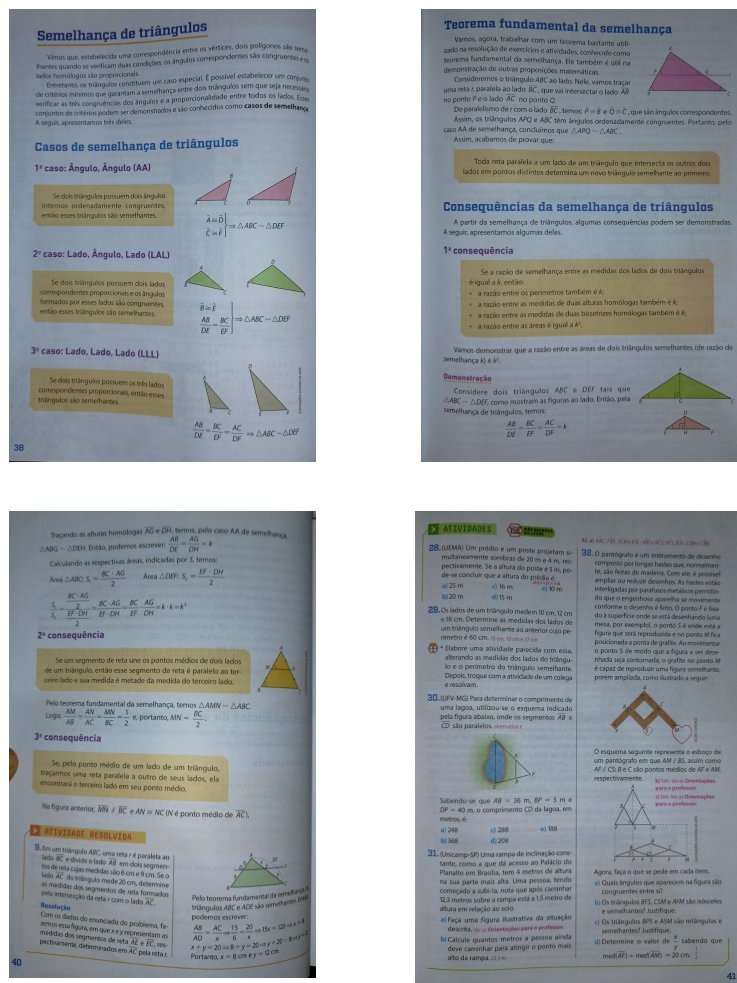


Fonte: (BONJORNO; GIOVANNI JR; SOUSA 2020, p.20 - 23)

Teorema de Tales é estudado no capítulo de proporcionalidade e semelhança; os dois materiais começam com segmentos proporcionais, depois vai para definição e demonstração do teorema de Tales e o Teorema da bissetriz interna de um triângulo, finalizando com exemplos e atividades. As relações métricas no triângulo retângulo começam com a demonstração do teorema de Pitágoras em ambos os materiais e “outras relações métricas no triângulo retângulo” com exemplos e atividades.

Os dois livros, apesar de terem o conteúdo semelhanças de triângulos bastante resumidos, no novo material o conteúdo é mais estruturado, como mostra na Figura 32; ele traz os casos de semelhança, teorema fundamental da semelhança e as consequências da semelhanças de triângulos e suas demonstrações, finalizando com exemplos e atividades.

Figura 32: Semelhanças de triângulos, consequências e atividades



Fonte: (BONJORNO; GIOVANNI JR; SOUSA 2020, p.38 - 41)

O capítulo de trigonometria no triângulo no novo livro inicia com a história, onde traz-se o significado da palavra e as primeiras civilizações que utilizaram a trigonometria, conforme a Figura 33. A abertura do capítulo, em ambos os materiais, traz os mesmos elementos dos capítulos comparados anteriormente.

Figura 33: Introdução a trigonometria (novo material)



Fonte: (BONJORNO; GIOVANNI JR; SOUSA 2020, p.54)

O estudo inicia com razões trigonométricas no triângulo retângulo. Após vem relações entre razões trigonométricas e as demonstrações com exemplos e atividades. Em sequência, vem o estudo dos ângulos notáveis (30° , 45° e 60°), com atividades e, no novo material, o uso do Geogebra para estudar as razões trigonométricas. Concluindo, com seno e cosseno de ângulos suplementares, lei dos cossenos e senos, área de um triângulo qualquer em ambos os materiais, fechando o capítulo com exemplos, atividades nos dois materiais e atividades complementares e o espaço para refletir no novo livro. Sendo as atividades do novo material mais complexas (ver comparação das Figuras 34 e 35), estimulando os alunos a se aprofundarem mais no conteúdo para poder interpretar e solucionar os problemas propostos.

Figura 34: Atividade trigonometria no triângulo retângulo (novo material)

34. De duas torres de vigilância, A e B, distantes 10 km uma da outra, avista-se um foco de incêndio na floresta, conforme os ângulos assinalados na figura. Qual é a distância aproximada de cada uma das torres até o foco do incêndio? Utilize uma calculadora científica.

torre A: 9,67 km e torre B: 10,57 km

35. No triângulo seguinte, $AC = 4$ m, $BC = 3$ m e $\beta = 60^\circ$. Calcule $\sin \alpha$.

$\sin \alpha = \frac{3\sqrt{3}}{8}$

36. Observe a figura:

a) Qual é a distância do balão até o ponto A? *aproximadamente 49,43 m*
b) A quantos metros de altura o balão está do solo? *aproximadamente 41 m*

37. (ITA-SP) Um navio, navegando em linha reta, passa sucessivamente pelos pontos A, B e C. O comandante, quando o navio está em A, observa um farol L e calcula o ângulo $LAC = 30^\circ$. Após navegar 4 milhas até B, verifica o ângulo $LBC = 75^\circ$. Quantas milhas separam o farol do ponto B? *2√2 milhas*

38. (Unicamp-SP) Sejam A, B, C e N quatro pontos em um mesmo plano, conforme mostra a figura abaixo.

a) Calcule o raio da circunferência que passa pelos pontos A, B e N. *1 km*
b) Calcule o comprimento do segmento NB. *√2 km*

39. Um triângulo inscrito em uma circunferência de raio igual a 10 cm determina, nesta, três arcos cujos comprimentos são proporcionais aos números 3, 4 e 5. Determine a medida:

a) dos ângulos do triângulo; *med(BCA) = 40°, med(CBA) = 60°, med(ACB) = 75°*
b) dos lados do triângulo. *AB = 10√2 + √3 cm; BC = 10√2 cm; AC = 10√3 cm*

40. (UnB-DF) Um observador, situado no ponto A, distante 30 m do ponto B, vê um edifício sob um ângulo de 30° , conforme a figura. Baseado nos dados da figura, determine a altura do edifício em metros e divida o resultado por $\sqrt{2}$. *CD = 15√2 m; 15 m*

Fonte: (BONJORNO; GIOVANNI JR; SOUSA 2020, p. 77-80)

Figura 35: Atividade trigonometria no triângulo retângulo (material antigo)

32. Dado o triângulo da figura, calcule x e y.

$x = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $y = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}$

33. No triângulo seguinte, $AC = 4$ m, $BC = 3$ m e $\beta = 60^\circ$. Calcule $\sin \alpha$.

$\frac{\sqrt{3}}{4}$

34. Um triângulo ABC de lados 7 cm, 9 cm e 9 cm está inscrito numa circunferência de raio R. Determine:

a) as medidas dos ângulos internos desse triângulo
b) o valor de R. *$R = 4,29$ cm*

35. (Unesp-SP) Para calcular a distância entre duas árvores situadas nas margens opostas de um rio, nos pontos A e B, um observador que se encontra junto a A afasta-se 20 m da margem na direção da reta AB, até o ponto C, e depois caminha em linha reta até o ponto D, a 40 m de C, do qual ainda pode ver as árvores.

Tendo verificado que os ângulos $\angle DCB$ e $\angle BDC$ medem, respectivamente, cerca de 15° e 120° , que valor ele encontrou para a distância entre as árvores, se usou a aproximação $\sqrt{6} \approx 2,4$?

Use $\sin 120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 20 m

36. (ITA-SP) Um navio, navegando em linha reta, passa sucessivamente pelos pontos A, B e C. O comandante, quando o navio está em A, observa um farol L e calcula o ângulo $LAC = 30^\circ$. Após navegar 4 milhas até B, verifica o ângulo $LBC = 75^\circ$. Quantas milhas separam o farol do ponto B? *2√2 milhas*

37. Para construir uma ponte sobre o rio, conforme a figura, um engenheiro fez as seguintes medidas: segmento $AB = 30$ m, ângulo $BAC = 105^\circ$ e ângulo $CBA = 30^\circ$. O engenheiro instalou o teodolito no ponto B. Com base nas medidas feitas pelo engenheiro, determine o comprimento AC da ponte.

AC = 15√2 m

38. (UFMT) Para determinar a altura de um morro, um topógrafo adotou o seguinte procedimento:

- Escolheu dois pontos, A e B, situados no mesmo plano vertical que passa por C.
- Mediu a distância AB, encontrando 162 m.
- Com auxílio de um teodolito mediu os ângulos α , β e λ , encontrando, respectivamente, 60° , 90° e 30° .

A figura ilustra o procedimento descrito.

Qual a altura do morro (h), em metros, encontrada pelo topógrafo? *81 m*

39. Observe a figura:

a) Qual a distância do balão até o ponto A? *49,43 m*
b) A quantos metros de altura o balão está do solo? *41 m*

40. (Vunesp-SP) Cinco cidades, A, B, C, D e E, são interligadas por rodovias, conforme mostra a figura. A rodovia AC tem 40 km, a rodovia AB tem 50 km, os ângulos x, entre AC e AB, e y, entre AB e BC, são tais que $\sin x = \frac{3}{4}$ e $\sin y = \frac{3}{7}$. Deseja-se construir uma nova rodovia ligando as cidades D e E que, dada a disposição destas cidades, será paralela a BC.

a) Use a lei dos senos para determinar quantos quilômetros tem a rodovia BC. *70 km*
b) Sabendo que AD tem 30 km, determine quantos quilômetros terá a rodovia DE. *42 km*

Fonte: (GIOVANNI; BONJORNO 2005, p. 71, 72)

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com o passar dos tempos, a educação vai se transformando, adequando-se às mudanças e inovações da sociedade. As formas de ensinar e aprender vão mudando suas concepções e assim transformam a educação de maneira que melhor se adeque à formação integral do ser humano.

Com base nisso, este trabalho buscou realizar uma análise comparativa entre os livros de matemática da primeira série do ensino médio, antes e depois da Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

Sobre as alterações realizadas pela BNCC, pode-se destacar que os novos temas e a reorganização das áreas são as principais novidades em matemática. As mudanças evidenciam a importância do componente para a vida em sociedade.

Na comparação realizada entre os livros antes e depois da BNCC, podem ser destacados alguns pontos importantes: na abertura de cada capítulo do novo livro, estão organizadas as competências e habilidades da BNCC; matemática e suas tecnologias; ciência da natureza e suas tecnologias. É apresentado um texto e um questionário referente ao conteúdo abordado naquele determinado capítulo, com o objetivo de identificar o conhecimento prévio dos alunos, antes de iniciar aquele conteúdo. No livro antigo, só eram abordados os tópicos que seriam estudados naquele capítulo.

Na parte do conteúdo, a teoria não muda. O que muda é a forma de escrita, a forma como é expressa no livro. No modelo do novo livro, a definição é mais clara e destacada. E esse nível vai aumentando, conforme vão evoluindo os tópicos de estudo, ou seja, começa de uma forma mais fácil e vai dificultando-se aos poucos. O diferencial também é que sempre utiliza algum TIC — tecnologias da informação e comunicação — conteúdo usando softwares, como por exemplo o Geogebra e o LibreOffice.

Podem ser destacadas ainda as atividades do novo livro, que parecem bastantes com as do antigo, só que ele apresenta uma novidade que são as atividades complementares baseadas em questões de provas de vestibular e provas do ENEM, sempre relacionadas ao conteúdo daquele determinado capítulo.

Um diferencial apresentado no novo livro também é que sempre faz a contextualização do conteúdo matemático com a sua história da matemática.

Apresenta ainda duas partes que são novidades: fórum e conexões, que são temas do cotidiano aplicados para demonstrar aplicações do conteúdo na vida real.

Ao final de cada capítulo do novo livro, é apresentado ainda o tópico “Para Refletir”, que faz um resumo do capítulo e traz um questionário para o aluno realizar sua autoavaliação, com o intuito de identificar se os objetivos, habilidades e competências, colocados no início do capítulo, foram alcançados por esse aluno.

Vale destacar que esses conteúdos dos livros de matemática depois da BNCC foram reorganizados para que o conhecimento matemático seja ferramenta para compreender e transformar a realidade, pois focou-se naquilo que o aluno tem necessidade de conhecer e desenvolver.

Pode-se concluir que as pesquisas realizadas, para desenvolvimento deste trabalho, possibilitaram entender que as mudanças introduzidas na educação podem ser implementadas e aperfeiçoadas para que concretamente mostre seus resultados no desempenho.

Realizar estudos sobre este assunto pode ser uma atividade essencial para se conhecer necessidades sobre esse tema. Com a realização deste trabalho, o objetivo ainda foi despertar contribuições e posicionamentos futuros acerca do assunto e ainda estimular a realização de estudos no futuro, a fim de identificar outras necessidades que possam existir.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BONJORNIO, José Roberto; GIOVANNI JR, José Ruy; SOUSA, Paulo Roberto
Câmara de. **Matemática**: Geometria. 1 ed. São Paulo: FTD, 2020

BONJORNIO, José Roberto; GIOVANNI JR, José Ruy; SOUSA, Paulo Roberto
Câmara de. **Matemática**: Conjuntos e Funções. 1 ed. São Paulo: FTD, 2020

BONJORNIO, José Roberto; GIOVANNI JR, José Ruy; SOUSA, Paulo Roberto
Câmara de. **Matemática**: Geometria e Trigonometria. 1 ed. São Paulo: FTD, 2020

BONJORNIO, José Roberto; GIOVANNI JR, José Ruy; SOUSA, Paulo Roberto
Câmara de. **Matemática**: Estatística, Combinatória e Probabilidade. 1 ed. São Paulo: FTD, 2020

BONJORNIO, José Roberto; GIOVANNI JR, José Ruy; SOUSA, Paulo Roberto
Câmara de. **Matemática**: Funções e Progressões. 1 ed. São Paulo: FTD, 2020

BONJORNIO, José Roberto; GIOVANNI JR, José Ruy; SOUSA, Paulo Roberto
Câmara de. **Matemática**: Funções e Progressões. 1 ed. São Paulo: FTD, 2020

BONJORNIO, José Roberto; GIOVANNI, José Ruy. **Matemática completa**. 2 ed. São Paulo: FTD, 2005.

BRASIL. Conselho Nacional de Educação. Parecer sobre a Proposta de experiência curricular inovadora do Ensino Médio. Parecer CNE/CEB nº 11/2009. Relator: Francisco Aparecido Cordão. Distrito Federal, 2009. Disponível em: https://normativasconselhos.mec.gov.br/normativa/view/CNE_PAR_CNECPN112009.pdf?query=M%C3%89DIO. Acesso em: 28 de junho de 2023.

BRASIL. Conselho Nacional de Educação. Parecer sobre as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental de 9 (nove) anos. Parecer CNE/CEB nº 11/2010. Relator: Cesar Callegari. Distrito Federal, 2010. Disponível em: [Parecer CNE/CEB nº 11/2010, aprovado em 7 de julho de 2010 \(mec.gov.br\)](#). Acesso em: 28 de junho de 2023.

BRASIL. Constituição da República Federativa do Brasil. Promulgada em 5 de outubro de 1988. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/constituicao.htm. Acesso em: 22 de junho de 2023.

BRASIL. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, LDB. 9394/1996.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018.

CHIZZOTTI, Antônio. **Pesquisa em ciências humanas e sociais**. 2.ed. São Paulo: Cortez, 1995.

FACHIN, Odilia. **Fundamentos de Metodologia**. 5. ed. São Paulo: Saraiva, 2006

FONSECA, J. J. S. **Metodologia da pesquisa científica**. Fortaleza: UEC, 2002. Apostila.

GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2007.

LAKATOS, E. M.; Marconi, Marina de Andrade. **Metodologia do trabalho científico**: procedimentos básicos, pesquisa bibliográfica, projeto e relatório, publicações e trabalhos científicos. 6 ed. – 7. Reimpr. São Paulo: Atlas, 2006.

SILVA, E.L. **Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação**. 3. ed. rev. atual.– Florianópolis: Laboratório de Ensino a Distância da UFSC, 2001.

TOCANTINS. Secretaria de Educação, Juventude e Esportes. Referência para a elaboração dos planos de ensino do ano de 2018. Tocantins, 2018.

VERGARA, Sylvia Constant. **Projetos e relatórios de pesquisa em administração**. 8.ed. São Paulo: Atlas, 2007.