



**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO
TOCANTINS
CAMPUS PALMAS
CURSO SUPERIOR LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

PEDRO PEREIRA LOPES DE ARAUJO

**O GEOPLANO COMO RECURSO DIDÁTICO NO ENSINO DA GEOMETRIA
PLANA NAS TURMAS DO 7º E 8º ANO DA ESCOLA MUNICIPAL HENRIQUE
TALONE PINHEIRO**

**PALMAS TO
2023**

PEDRO PEREIRA LOPES DE ARAUJO

**O GEOPLANO COMO RECURSO DIDÁTICO NO ENSINO DA GEOMETRIA
PLANA NAS TURMAS DO 7º E 8º ANO DA ESCOLA MUNICIPAL HENRIQUE
TALONE PINHEIRO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à
Coordenação de Matemática, do Instituto Federal
do Tocantins, Campus Palmas, como exigência à
obtenção do título de Graduação do Curso superior
de Licenciatura em Matemática.

Orientador: Prof.: Me. Jamerson Montenegro Lima

**PALMAS TO
2023**

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Bibliotecas do Instituto Federal do Tocantins

A658g Araujo, Pedro Pereira Lopes de
 O Geoplano como recurso didático no Ensino da Geometria Plana
 nas turmas do 7º e 8º ano da Escola Municipal Henrique Talone
 Pinheiro / Pedro Pereira Lopes de Araujo. – Palmas, TO, 2023.
 72 f. : il. color.

Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) –
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins,
Campus Palmas, Palmas, TO, 2023.

Orientador: Me. Jamerson Montenegro Lima

1. Aspecto Histórico da Geometria Plana. 2. A importância da
utilização de Materiais Manipuláveis. 3. Geoplano. I. Montenegro
Lima, Jamerson. II. Título.

CDD 510

A reprodução total ou parcial, de qualquer forma ou por qualquer meio, deste documento é autorizada para fins
de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Elaborado pelo sistema de geração automática de ficha catalográfica do IFTO com os dados fornecidos
pelo(a) autor(a).

PEDRO PEREIRA LOPES DE ARAUJO

**O GEOPLANO COMO RECURSO DIDÁTICO NO ENSINO DA GEOMETRIA
PLANA NAS TURMAS DO 7º E 8º ANO DA ESCOLA MUNICIPAL HENRIQUE
TALONE PINHEIRO**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado à Coordenação de Matemática, do
Instituto Federal do Tocantins, Campus Palmas,
como exigência à obtenção do título de Graduação
do Curso superior de Licenciatura em Matemática.
Orientador: Prof.: Me. Jamerson Montenegro Lima

Aprovado em: ____/____/2023

BANCA EXAMINADORA

Mestre Jamerson Montenegro Lima
Orientador
IFTO Campus Palmas

Mestre Magno Márcio de Azevedo
Avaliador interno

Mestre Silas José de Lima
Avaliador interno

Dedico esse curso e este trabalho a minha família, a minha esposa Regina Costa Cruz de Araújo e aos meus filhos, Rísia Costa de Araújo, Rebeca Costa de Araújo, Pedro Lucas Costa de Araújo e a minha querida mãe, a senhora Francisca Pereira Lopes de Araújo, amo muito vocês. Estendo, também, essa dedicatória a todos os meus colegas de trabalhos e amigos que me apoiaram nesta caminhada.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, em primeiro lugar, pois sem Ele nada conseguiria, por me conceder este grande sonho de formar-me em um curso superior. Pois é um curso de muita dedicação e esforço pessoal. À Deus a honra, glória e louvor. Agradeço a meu orientador Mestre Jamerson Montenegro Lima, desde o pré-projeto de pesquisa a estruturação e formulação do trabalho de conclusão de curso, pela dedicação dispensada a este trabalho, em todas as etapas às quais orientou-me de maneira cuidadosamente passo a passo.

Ao professor Mestre Magno Márcio de Azevedo, sempre disposto a ajudar e direcionar no que eu precisava e a todos os demais professores que compõem o corpo docente de matemática do Campus Palmas, que me instruíram durante todo curso, sem exceção tive a honra de ser aluno.

Aos meus colegas de curso, Rosivaldo Gil, Janeth, Mirene, Lucas, Pablo, Gabriel, Thais, pois foram amigos que sempre me apoiaram durante o curso, apreendemos muitas coisas juntos. Aos meus colegas de trabalho, pois me incentivaram a buscar uma formação acadêmica na área da educação, ainda os mesmos relataram que seria uma carreira promissora para quem realmente gosta.

Aos meus irmãos de fé, que estiveram orando e torcendo durante esta jornada, demonstrando carinho e respeito por mim.

A todos os meus colegas e amigos que, de alguma forma, ajudaram-me significativamente a vencer esse desafio.

Obrigado a todos!

RESUMO

Este Trabalho resulta de uma pesquisa de cunho qualitativo com caráter exploratório, sobre o ensino e aprendizagem da geometria plana. O presente trabalho consiste em um relato de experiência docente vivenciada no projeto interventor do estágio supervisionado II, que envolvia conceitos geométricos de área e perímetro de figuras planas com a turma do 7º ano, e de retas e ângulos com a turma 8º ano. Defende-se nesta pesquisa, a importância de uma aprendizagem significativa da geometria, enfatizando a relevância da utilização do material concreto e manipulável geoplano como uma ferramenta facilitadora no ensino da geometria plana. Com isso, buscou contribuir para o processo de ensino-aprendizagem, bem como despertar nos alunos a curiosidade e interesse pelo conteúdo de geometria plana. Assim a pesquisa discorre primeiramente sobre o aspecto histórico da geometria plana, também aborda a importância da utilização de materiais manipuláveis, em sequência mostra os tipos de geoplano que pode ser usado no ensino de geometria, a organização do estágio supervisionado, além de apresentar a metodologia e o relatório da aplicação do projeto interventor nas turmas do 7º e 8º ano do ensino fundamental II na Escola Municipal Henrique Talone Pinheiro, no segundo semestre do ano letivo de 2019. Como resultado, constatou-se que o uso de materiais manipuláveis durante as aulas provocou uma melhor assimilação dos conteúdos dos conceitos geométricos.

Palavras-chave: Geometria Plana; Material Manipulável; Geoplano.

RESUMO EM LÍNGUA ESTRANGEIRA

This work is the result of qualitative research with an exploratory nature, on the teaching and learning of plane geometry. This work consists of a report on teaching experience in the intervening project of the supervising internship II, which involved geometric concepts of area and perimeter of flat figures with the 7th year class, and of straight lines and angles with the 8th year class. This research defends the importance of a meaningful learning of geometry, emphasizing the relevance of using the concrete and manipulable geoplane material as a facilitating tool in teaching plane geometry. With this, we sought to contribute to the teaching-learning process, as well as awaken students' curiosity and interest in plane geometry content. Thus, the research first discusses the historical aspect of plane geometry, also addresses the importance of using manipulable materials, then shows the types of geoplane that can be used in teaching geometry, the organization of the supervised internship, in addition to presenting the methodology and the report on the application of the intervention project in the 7th and 8th year classes of elementary school II at Escola Municipal Henrique Talone Pinheiro, in the second semester of the 2019 school year. As a result, it was found that the use of manipulative materials during the classes led to a better assimilation of the content of geometric concepts.

Keywords: Plane Geometry; Manipulable Material; Geoplan.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura I: Vale do rio Nilo	19
Figura II: Tales Mileto	20
Figura III: Euclides de Alexandria.....	22
Figura IV: Pitágoras de Samos.....	23
Figura V: Mapa mental características do geoplano	27
Figura VI: Geoplano Retilíneo quadrangular.....	28
Figura VII: Mapa mental dos conceitos de geoplano quadrangular	29
Figura VIII: Geoplano circular.....	30
Figura IX: Mapa mental dos conceitos de geoplano circular.....	30
Figura X: Geoplano isométrico.....	31
Figura XI: Mapa mental dos conceitos de estudo do geoplano isométrico.....	31
Figura XII: Geoplano 3D.....	32
Figura XIII: Unidade concedente.....	36
Figura XIV: Quadrado.....	37
Figura XV: Quadrado.....	38
Figura XVI: Aplicando oficina.....	38
Figura XVII: Atividade 1.....	39
Figura XVIII: Resolução da atividade 1.....	40
Figura XIX: Modelo de quadrado e retângulo.....	41
Figura XX: Modelo de quadrado.....	42
Figura XXI: alunos resolvendo atividade proposta.....	42
Figura XXII: Conceitos de retas e ângulos.....	44
Figura XXIII: Aula conceitual com auxílio de geoplano.....	45
Figura XXIV: Retas paralelas, concorrentes e perpendiculares.....	45
Figura XXV: Alunos realizando atividades do projeto.....	46
Figura XXVI: Alunos realizando as atividades do projeto.....	47

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Estágio Curricular Supervisionado II.	34
Quadro 2 - Plano Pedagógico da turma do 7º ano com proposta de trabalho para o ensino da Geometria Plana com o uso do material manipulável.	49
Quadro 3 - Plano pedagógico da turma do 7º ano com proposta de trabalho para o ensino de Geometria Plana com o uso de material manipulável geoplano.	50
Quadro 4 - Plano pedagógico da turma do 8º ano com proposta de trabalho para o ensino da Geometria Plana com o uso de material manipulável geoplano.	52
Quadro 5 - Cronograma das aulas e atividades da turma do 7º ano que serão realizadas durante a execução da proposta de trabalho.	53
Quadro 6 - Cronograma das aulas e atividades do 7º ano que serão realizadas durante a execução da proposta de trabalho.	54
Quadro 7 - Cronograma das aulas e das atividades do 8º ano que serão realizadas durante a execução da proposta de trabalho.	55

LISTA DE SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
PPC	Projeto Pedagógico do Curso
IFTO	Instituto Federal do Tocantins
IES	Instituição de Ensino Superior
ODP	Organização Didático-Pedagógico

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	15
1.1. Justificativa	16
1.2. Objetivos.....	17
1.2.1. Objetivo Geral.....	17
1.2.2. Objetivos Específicos.....	17
2. ASPECTO HISTÓRICO DA GEOMETRIA PLANA	18
2.2. Tales de Mileto	20
2.3. Euclides	21
2.4. Pitágoras.....	23
3 A IMPORTÂNCIA DA UTILIZAÇÃO DE MATERIAIS MANIPULÁVEIS	25
4 GEOPLANO	27
4.1. Geoplano Retilíneo Quadrangular	28
4.2. Geoplano Circular	29
4.3. Geoplano Isométrico	31
4.4. Geoplano 3D	32
5. ORGANIZAÇÃO DO ESTÁGIO SUPERVISIONADO.....	33
5.1. Projeto Pedagógico do Curso superior de Licenciatura em matemática (PPC). 33	
5.2. Divisão da Carga Horária do Estágio II.	33
6. METODOLOGIA	35
7. RELATÓRIO DA APLICAÇÃO DO PROJETO INTERVENTOR NAS TURMAS DO 7º E 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL II.....	36
7.1. Descrição da atividade proposta com a turma do 7º Ano.....	37
7.1.1. Primeiro momento.....	37
7.1.2. Segundo momento.....	39
7.1.3. Terceiro momento	40

7.1.4. Resultados.....	43
7.2. Descrição da atividade proposta com a turma 8º Ano.....	44
7.2.1. primeiro momento	44
7.2.2. segundo momento.....	46
7.2.3. terceiro momento	47
7.2.4. Resultados.....	48
8. SUGESTÕES DE OUTRAS ATIVIDADES COM GEOPLANO PARA TURMAS DO 7º E 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL II COM O GEOPLANO.....	49
8.1. Plano Pedagógico para 7º ano ensino fundamental II	49
8.2. Plano Pedagógico para 8º ano ensino fundamental II	52
8.3. – O cronograma da turma 7º ano.	53
8.4. – O cronograma da turma 7º ano.	54
8.5. – O cronograma da turma 8º ano.	55
8. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	56
REFERÊNCIAS	57
ANEXOS.....	60
APÊNDICES.....	64

1. INTRODUÇÃO

A geometria oferece uma das melhores oportunidades para compreender e matematizar a realidade que nos cerca. Ela proporciona uma abordagem única para fazer descobertas por meio de investigação, cálculo e soluções de problemas específicos.

Neste capítulo apresentaremos a problemática que norteia essa pesquisa, sobre o uso do geoplano como recurso auxiliar no ensino da geometria plana, para as turmas do 7º e 8º ano. Tendo questões relevantes a serem consideradas como:

1. Eficácia do geoplano como ferramenta de ensino: o geoplano traz essa compreensão dos conceitos geométricos?
2. Existem evidências que o uso do geoplano melhora o desempenho dos alunos nessa área?

Sendo posteriormente neste capítulo apresentado a justificativa do uso desse material manipulável geoplano como recurso de ensino da geometria plana e os objetivos a serem considerados.

No capítulo 2 apresenta-se um resumo dos aspectos Históricos da Geometria Plana, advindos de civilizações e épocas muito antiga o seu estudo.

No capítulo 3 tratar-se da importância da utilização de Materiais manipuláveis como um facilitador no ensino e aprendizagem de matemática.

No capítulo 4 descreve-se o Geoplano como ferramenta auxiliadora no ensino da geometria plana. Os tipos de geoplanos e suas contribuições no ensino de geometria; retilíneo quadrangular, o circular, o isométrico e geoplano 3D.

No capítulo 5 relata-se sobre a organização do estágio supervisionado, como o projeto pedagógico do curso superior de licenciatura em matemática (PPC), além das divisões da carga horária do estágio II.

No capítulo 6 descreve-se a metodologia adotada para estruturação e realização do trabalho.

No capítulo 7 aborda-se o relatório da aplicação do projeto interventor nas turmas do 7º e 8º ano das series finais durante o estágio supervisionado II, descrevendo as etapas de cada oficina, bem como o conteúdo abordado em cada turma, desde a elaboração e aplicação do projeto.

No capítulo 8 é realizada uma proposta didática para turmas do 7º e 8º, por meio de algumas atividades como plano pedagógico e cronogramas de aulas, e nos apêndices os planos de aula e as atividades lúdicas com Geoplano.

As considerações finais desta pesquisa, uma análise acerca das atividades aplicadas com as duas turmas, bem como os objetivos alçados, e a constatação de que o geoplano como recurso auxiliar proporciona compreensão dos conceitos geométricos, além de promover significativo despenho dos alunos nesta área de conhecimento.

1.1. Justificativa

Sabemos que a geometria é um ramo da matemática de grande importância, pois estuda as propriedades geométricas planas, espaciais e sólidos, conforme a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), “A Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento” (Brasil, 2018, p.271).

Neste estudo, destaca-se a relevância do geoplano com recurso didático no ensino da matemática, especialmente no contexto da educação básica, com ênfase nas turmas do 7º e 8º ano, especificamente no conteúdo de geometria plana. A abordagem tradicional de ensino pode apresentar desafios para os alunos ao lidar com conceitos básicos de geometria plana, tornando a compreensão mais difícil. Portanto, a introdução do geoplano surge como alternativa valiosa, oferecendo uma abordagem mais acessível e prática.

A utilização do geoplano proporciona uma experiência de aprendizado mais dinâmica e concreta, superando as limitações da abordagem tradicional. Por meio desse material manipulável, os alunos não apenas visualizam, mas também interagem diretamente com os símbolos geométricos, facilitando a assimilação dos conceitos.

Desta forma, o geoplano emerge como uma ferramenta eficaz para promover a compreensão dos fundamentos da geometria, proporcionando aos estudantes uma base sólida e estimulando o envolvimento ativo no processo de apreensão matemática.

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivo Geral

O objetivo deste trabalho é demonstrar a importância da utilização do geoplano como um material manipulável concreto e lúdico no ensino da matemática. Sendo uma ferramenta auxiliadora no ensino-aprendizagem de conceitos básicos da geometria, levando o aluno a ter uma melhor compreensão e desempenho.

1.2.2. Objetivos Específicos

1. Contribuir para melhoria da qualidade das aulas de matemática, fornecendo aos professores uma alternativa de ensino mais concreta e clara no que diz respeito à geometria plana;

2. Propor estratégias e atividades que envolvem o uso do geoplano para explorar as propriedades e relações das formas e dos espaços na geometria plana.

2. ASPECTO HISTÓRICO DA GEOMETRIA PLANA

Historicamente, a geometria sempre se destacou como objeto de estudo dos povos mais antigos, desde as primeiras fases do desenvolvimento do saber matemático até a mais avançada descoberta. Assim, as origens desse ramo da Matemática recuam a épocas muito antigas, ao passo que no processo de desenvolvimento humano é inerente a interação com o meio que vive. Hoje sabemos que as grandes civilizações antigas, chineses, hindu, mesopotâmica e egípcia tinham muitos conhecimentos de natureza geométrica que auxiliavam no seu cotidiano no qual aplicavam em suas construções, Kaleff se expressa da seguinte forma:

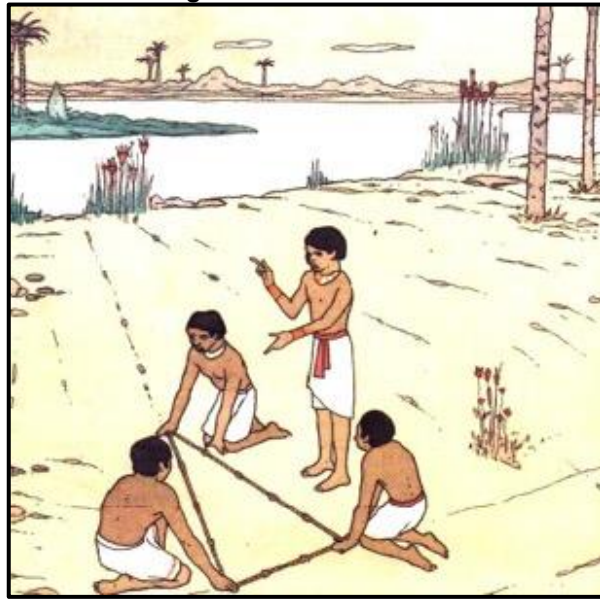
“Foi da necessidade do homem em compreender e descrever o seu meio ambiente (físico e mental), que as imagens, representadas através de desenhos, foram lentamente conceitualizadas até adquirirem um significado matemático na geometria e uma forma, nas artes”. (KALEFF, 1994. p. 19).

Além disso, tinham noções de figuras planas e espaciais, conheciam relações entre as grandezas geométricas, sabiam calcular comprimentos, áreas e volumes. Esses conhecimentos adquiridos atendiam a necessidades socioeconômicas e culturais, tais informações auxiliam na medição de propriedades rurais, no cultivo, na construção de edificações e desenho de ornamentos. Segundo Boyer:

“Heródoto e Aristóteles não quiseram se arriscar a propor origens mais antigas que a civilização egípcia, mas é claro que a geometria que tinham em mente possui raízes mais antigas. Heródoto matinha que a geometria se originava no Egito, pois acreditava que tinha surgido da necessidade prática de fazer novas medidas de terra após cada inundação anual no vale do rio” (Boyer, 1996, p. 4).

Além disso, o livro “Uma História da Matemática” comenta que, embora haja diferenças de opinião quanto à antiguidade da civilização egípcia, ainda assim todas as autoridades concordam num ponto: por mais que recuem no passado, não vão encontrar um primitivo estado daquela sociedade. ‘Menes, o primeiro rei, mudou o curso do Nilo (Figura I), fez um grande reservatório, e construiu o templo de Phtha em Menphis’. Os egípcios construíram as pirâmides em uma época bem remota” (CAJORI, 2007, p. 33).

Figura I: Vale do rio Nilo



Fonte: https://matematicasentumundo.es/PROBLEMAS/problemas_importancia_historica.htm

acessado em: 03/12/2023

O termo geometria plana é a união das palavras “geo” (terra) e “metria” (medida); que significa “medida de terra”. De acordo com Eves (2011) a geometria surgiu de forma intuitiva, e como todos os ramos do conhecimento, nasceu da necessidade e da observação humana, se deu de forma natural, por meio da observação do homem à natureza, assim, um dos primeiros conceitos geométricos a serem apresentados foi a noção de distância. Granado afirma que:

“Buscando a origem do desenvolvimento da geometria nos primórdios, com o homem primitivo, podemos imaginar que o conhecimento das configurações do espaço, formas e tamanhos tenham se originado, possivelmente, com a capacidade humana de observar e refletir sobre os deslocamentos, com a construção de estratégias de caça e colheita de alimentos, com a criação de ferramentas e utensílios, visando satisfazer suas necessidades básicas”. (GRANADO, 2008, p. 7).

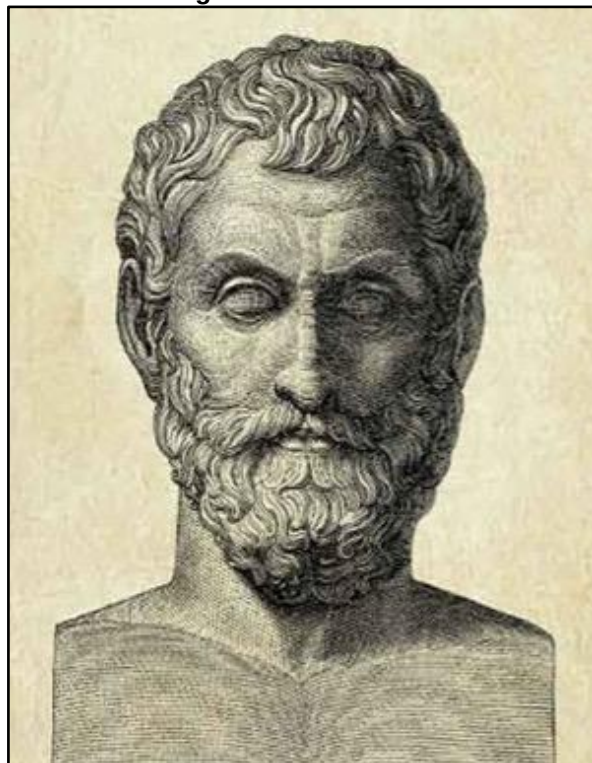
Aristóteles diz que a matemática teve o seu nascimento no Egito, porque lá a classe sacerdotal dispunha de toda a ociosidade para o seu estudo, a geometria em particular, segundo Heródoto, Diódoro, Diógenes, Laércio, Jâmbico, e outros escritores antigos, originou-se no Egito. Certamente um povo engajado em empreendimentos de tal magnitude deveriam saber alguma matemática pelo menos para fins práticos.

2.2. Tales de Mileto

A Tales (640 -546 a.C), de Mileto, foi um dos” sete sábios” e fundador da escola jônica, o qual foi o responsável de introduzir na Grécia o estudo de geometria. Verificou -se que no seu período de meia-idade dedicou-se ao comércio, o que o levou ao Egito, neste período em que viveu, consta que estudou com os sacerdotes egípcios as ciências físicas e matemáticas.

Plutarco diz que Tales (Figura II) logo superou seus mestres e agradou ao rei Amasis por ter sido capaz de medir as alturas das pirâmides com a ajuda de suas sombras. De acordo com Plutarco, isso foi possível porque a razão do comprimento da sombra de um bastão na vertical para comprimento da sombra da pirâmide é igual a razão entre as alturas do bastão e da pirâmide (CAJORI, 2007, p. 43).

Figura II: Tales Mileto



Fonte: <https://www.portalsaofrancisco.com.br/biografias/tales-de-mileto> Acessado em 2023

De acordo com Cajori (2007) o Sumário Eudemiano atribui a Tales a invenção dos seguintes teoremas:

- I. “Da igualdade dos ângulos opostos pelos vértices”;
- II. “Da igualdade dos ângulos da base de um triângulo Isósceles”;
- III. “Da bissecção de um círculo por seu diâmetro”;
- IV. “Da congruência de dois triângulos que possuam um lado igual e dois ângulos adjacentes a esse lado também iguais”
- V. “Um ângulo inscrito num semicírculo é reto” (CAJORI, 2007. p.44 - 45).

Além disso Tales de Mileto estava evidentemente familiarizado com outros teoremas, não assinalados por outros historiadores. Tem sido negado que ele sabia que a soma dos ângulos de um triângulo é igual a dois ângulos retos e que os lados dos triângulos são proporcionais. Cajori comenta que:

“Os egípcios devem ter feito uso desses teoremas nas construções, como assinala o papiro de Ahmes, mas foi deixada para os filósofos gregos a tarefa de provar as suas verdades que outros viram, mas não as formularam em palavras, de forma explícita, em expressa abstrata, e as colocaram em linguagem científica, sujeitas a prova que outros meramente sentiram ser verdade” (CAJORI, 2007. p. 45).

Tales criou a geometria de retas, essencialmente abstrata, enquanto os egípcios estudaram somente a geometria de superfícies e os rudimentos da geometria dos sólidos. Portanto podemos afirmar que a origem da matemática grega se deu nas chamadas escolas jônicas, que sobreviveu por mais de cem anos, foi um período de grandes descobertas matemáticas nestes primeiros três séculos, iniciado com Tales com a geometria demonstrativa de (600 a.C.) e abrangeu os Elementos de Euclides (300 a.C.).

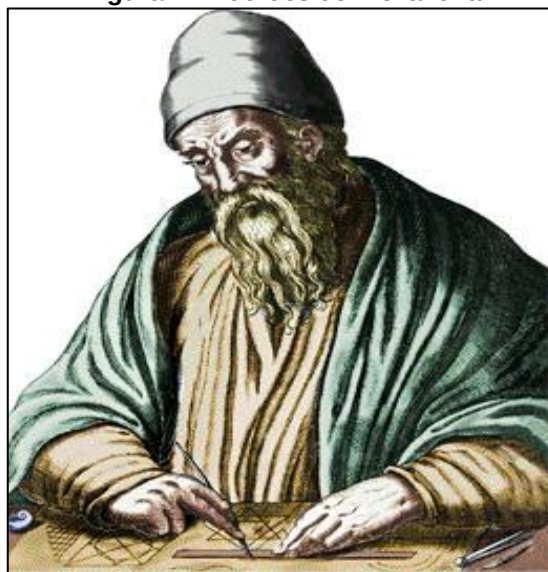
2.3. Euclides

Segundo Cajori (2007), Euclides nasceu por volta de 365 a.C, e escreveu os elementos entre 330 e 320 a.C. Da vida de Euclides, pouco é conhecido, exceto o que dito por Proclo no sumário Eudemiano. Euclides, diz Proclo, era mais jovem do que Platão e mais velho do que Erastóstenes e Arquimedes. Uma expressão dita no livro dos Eves que enriquece o legado de Euclides:

“Proclo enriqueceu seu Sumário Eudemiano com a história frequentemente repetida da resposta de Euclides à indagação de Ptolomeu sobre se não haveria um caminho mais curto para o conhecimento geométrico: ‘Não há estradas reais na geometria’, teria dito o mestre” (EVES, 2011, p. 167).

Os gregos deram a Euclides o título especial de o autor dos Elementos. É um fato extraordinário que, na história da geometria, só Elementos de Euclides, escrito há mais dois mil anos, seja considerado por alguns como a melhor introdução às ciências matemáticas (Figura III).

Figura III: Euclides de Alexandria



Fonte: <https://notapositiva.com/vida-obra-euclides/#> Acessado em 2023

Euclides desenvolveu uma abordagem sistemática e rigorosa à geometria, utilizando postulados (axiomas) como base e deduzindo uma série de teoremas a partir deles. Neste parâmetro, os elementos são divididos em treze livros ou capítulos, dos quais os seis primeiros são sobre geometria plana elementar.

Ele reuniu de forma coerente e compreensível tudo que se sabia sobre matemática em seu tempo, cinco obras de Euclides sobrevivem até hoje: Os elementos, Os dados, Divisão de figuras, os fenômenos e Óptica.

No livro introdução à história matemática cita os cinco postulados de Euclides:

- “P1 – É possível traçar uma linha reta de um ponto qualquer a outro ponto qualquer.
- P2 – É possível prolongar uma reta finita indefinidamente em linha reta.
- P3 – É possível descrever um círculo com qualquer centro e qualquer raio.
- P4 – Todos os ângulos retos são iguais entre si.

P5 – Se uma reta intercepta duas retas formando ângulos interiores de um mesmo lado menores do que dois retos, prolongando-se essas duas retas indefinidamente elas se encontrarão no lado em que os dois ângulos são menores do que dois ângulos retos” (EVES, 2011, p. 180).

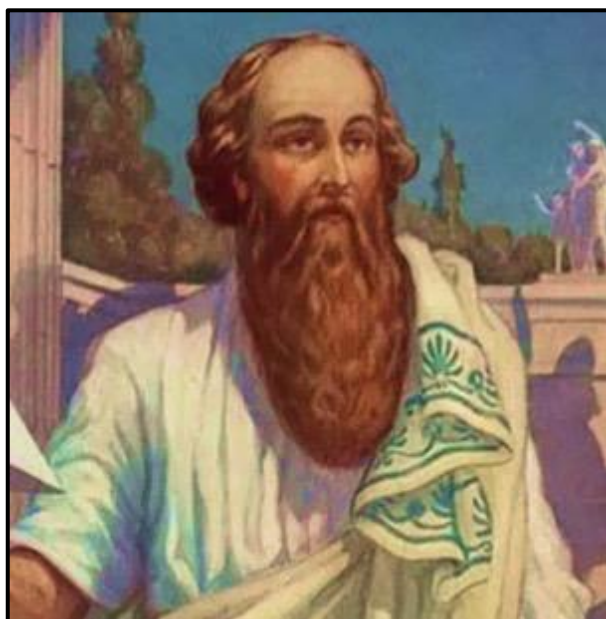
Portanto, os cinco postulados de Euclides, especificam os princípios fundamentais da geometria euclidiana. Eles estabelecem as bases para a construção de figuras geométricas e relação entre linhas e ângulos. A compreensão desses postulados é crucial para compreensão das proposições e teoremas subsequentes na geometria euclidiana. Estes postulados desempenham um papel significativo no desenvolvimento da matemática e na construção de teorias geométricas ao longo da história.

2.4. Pitágoras

Pitágoras (580? – 500? A.C.) foi, indiscutivelmente, uma das figuras históricas que deixou uma marca profunda na imaginação de épocas sucessivas (Figura IV). De acordo com Cajori:

“Os seguintes registros sobre Pitágoras excluem as mais duvidosas passagens de sua vida. Ele foi nativo de Samos, e, levado pela fama de Perecides, transferiu-se para ilha de Siros. Lá então visitou o velho Tales, que o aconselhou a estudar no Egito. Pitágoras por muitos anos visitou o Egito, e pode ser que tenha conhecido a Babilônia” (CAJORI, 2007. p. 46).

Figura IV: Pitágoras de Samos



Fonte: https://www.filosofia.com.br/historia_show.php?id=12 Acessado 2023.

Pitágoras, de volta a Samos, encontrou-se sob o domínio de Policrates. No entanto, não teve sucesso em estabelecer uma escola. Por isso, ele deixou novamente sua terra natal e, seguindo a tendência da época, que era a corrente da civilização, dirigiu-se para a Magna Grécia, localizada no sul da Itália. Foi em Crotana que ele fundou a famosa escola de Pitágoras.

Ele examinou profundamente nos princípios da geometria e investigou seus teoremas de maneira abrangente e intelectual. Suas contribuições para a matemática, a filosofia e a música, entre outras áreas, foram de grande relevância.

Pitágoras, também mantinha uma conexão estreita entre a geometria e a aritmética, sendo um grande admirador das relações geométricas que podiam ser extraídas da expressão aritmética. Cajori comenta que:

“Semelhante à geometria egípcia, a geometria dos pitagóricos estava muito voltada para cálculos de áreas. É atribuído a Pitágoras o importante teorema do quadrado da hipotenusa de um triângulo retângulo se igual à soma dos quadrados dos catetos” (CAJORI, 2007. p. 47).

No entanto o seu teorema, que estabelece a relação entre lados de um triângulo retângulo, é uma das bases fundamentais da geometria, e sua contribuição continua a influenciar a educação e a pesquisa matemática até os dias de hoje.

Sua escola, conhecida como Escola Pitagórica, não apenas promoveu o conhecimento e a investigação científica, mas também demonstrou a importância da harmonia, da música e da ética em uma educação completa, tendo uma abordagem holística da educação deixou uma marca de firmeza na filosofia pedagógica e no pensamento ético, continuando a inspirar gerações posteriores.

Portanto, é inegável que Pitágoras é uma das figuras históricas que moldaram profundamente o curso da história humana, seu legado perdura como uma fonte constante de inspiração para aqueles que buscam a verdade, a harmonia e a sabedoria.

3. A IMPORTÂNCIA DA UTILIZAÇÃO DE MATERIAIS MANIPULÁVEIS

A utilização de materiais manipuláveis desempenha um papel fundamental no processo de aprendizagem. Esses materiais são objetos físicos que podem ser tocados, movidos e explorados pelos alunos, permitindo que eles interajam de forma prática e concreta com os conceitos abstratos que estão sendo ensinados. De acordo com os autores (PASSOS, 2006 apud FACCHI, 2021), os materiais manipuláveis são:

[...] Objetos ou coisas que o aluno é capaz de sentir, tocar, manipular e movimentar. Podem ser objetos reais que têm aplicação no dia a dia ou podem ser objetos que são usados para representar uma ideia. [...] Os materiais manipuláveis são caracterizados pelo envolvimento físico dos alunos numa situação de aprendizagem ativa (PASSOS, 2006, p.5, apud FACCHI, 2021, p.12).

Outro aspecto importante é que os materiais manipuláveis promovem a colaboração e a interação entre os estudantes. Ao trabalhar com esses materiais em grupos, os alunos são incentivados a discutir ideias, compartilhar descobertas e trabalhar em equipe. Essa abordagem colaborativa contribui para o desenvolvimento das habilidades sociais, como a comunicação efetiva, a negociação e o trabalho em equipe, que são essenciais tanto na educação quanto no ambiente profissional.

Os materiais manipuláveis tornam-se objetos lúdicos, dinâmicos e intuitivos, que podem ser utilizados no dia a dia, como um instrumento de conhecimento e na classificação de determinados conceitos, de acordo com nível de abstração, é a necessidade de um apoio físico que oriente os educadores à compreensão, formalização e estruturação dos mesmos (CAMACHO, 2012).

Deste modo, compreende-se que os materiais manipuláveis são definidos como objetos concretos, que podem ser manipulados, sendo um facilitador para o ensino-aprendizagem, sendo indispensável para o desenvolvimento matemático do aluno. De acordo com Rêgo & Rêgo (2013, p.25):

“Por meio de experiências realizadas com material concreto, o aluno desenvolve o gosto pelo prazer da descoberta, para enfrentar desafios e vencê-los, desenvolvendo hábitos e costumes que podem conduzi-los mais tarde a ser um indivíduo autônomo e capacitado a agir”.

Visto que o papel do professor é de suma importância neste processo de ensino-aprendizagem do aluno, pois depende mais como será utilizado o material

didático manipulável no momento da atividade, do que simplesmente considerar seu uso pelo uso. Por isso é necessário compreender que o uso correto estimula o aluno a desenvolver um conhecimento matemático.

[...] convém termos sempre em mente que a realização em si de atividades manipulativas ou visuais não garante a aprendizagem. Para que esta efetivamente aconteça, faz-se necessário também a atividade mental, por parte do aluno. E o MD pode ser um excelente catalisador para o aluno construir seu saber matemático (LORENZATO, 2006, p.21).

Sendo assim, considera-se que quanto maior for a atividade desenvolvida pelos próprios alunos, maior será o conhecimento atingido por eles, considerando-se que terão motivação para continuar a busca por novas estratégias para desenvolver as suas próprias capacidades e, como consequência, por meio da experiência direta, poderão construir os conceitos de acordo com o objeto explorado e observado (CAMACHO, 2012).

Diante disso, acredita-se que a questão fundamental sobre a utilização destes materiais na Educação Matemática se refere à maneira e à forma como são utilizados pelos professores. De modo que, como citado anteriormente é importante que o professor compreenda que o material manipulável é um recurso didático, dentre muitos, e quando usado de forma desarticulada e isolada, não suprirá as especialidades inerentes à aprendizagem do aluno. Ou seja, o uso inadequado ou pouco exploratório destes materiais pouco ou nada contribuirá à aprendizagem matemática (NACARATO, 2004-2005, p.4).

É de grande importância que o aluno não fique apenas na observação dos materiais concretos, mas manipule-os, porque a aprendizagem ocorre por meio da interação do aluno com o objeto. Assim sendo, a utilização de materiais concretos como recursos didáticos é de suma importância para que o professor saiba atuar como um facilitador do conhecimento, promovendo a interatividade do aluno com o material manipulado, e que seu uso faça parte de um planejamento com objetivos definidos.

4. GEOPLANO

O geoplano foi desenvolvido em 1961 e apresentado pelo educador egípcio Dr. Caleb Gattegno, professor do instituto de Educação da Universidade de Londres. A palavra geoplano vem do francês “geoplans” onde “geo” vem da geometria e “plans” significa plano, tabuleiro, tábua ou superfície plana (MACIEL, 2019). A utilização desse material auxilia na compreensão de determinadas áreas da geometria, de uma forma prática pode ser trabalhada com alunos figuras geométricas e entender melhor seu benefício. De acordo Gattegno (1961) afirma que:

Todos os Geoplanos têm indubitável atrativo estético e foram adotados por aqueles professores que os viram ser utilizados. Podem proporcionar experiências geométricas a crianças desde cinco anos, propondo problemas de forma, dimensão, de simetria, de semelhança, de teoria dos grupos, de geometria projetiva e métrica que servem como fecundos instrumentos de trabalho, qualquer que seja o nível de ensino (GATTEGNO, 1961, apud KNIJNIK et al., 2004, p. 5-6).

Figura V: Mapa mental características do Geoplano



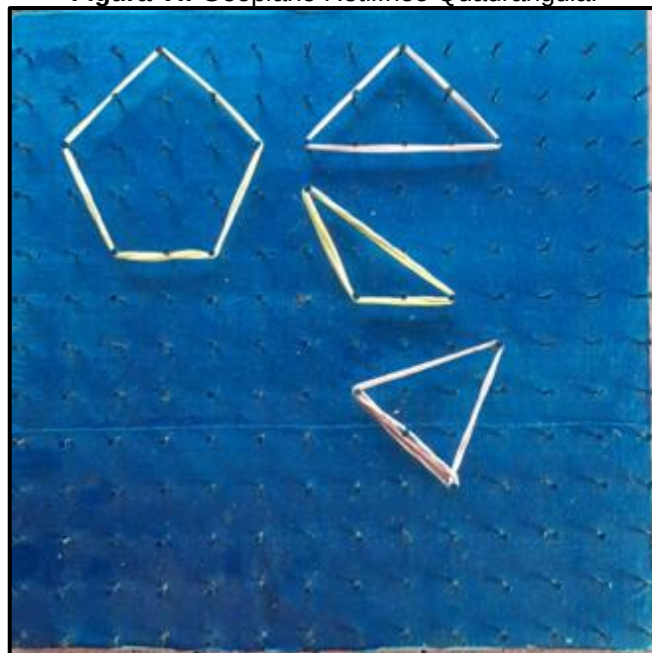
Fonte: elaborado pelo autor (2023)

Tem várias maneiras de confeccionar o material, pode se usar a criatividade para tornar o material atrativo, mas uma das formas é que o material seja composto por um quadrado de madeira com aproximadamente a 30 cm de lado, depende do tamanho que queira fazer. E mais ou menos 50 a 100 pregos bem encaixados com espaçamento igual entre eles, tanto na vertical, quanto na horizontal, no material plano. Podendo utilizar para o desenvolvimento das construções de figuras geométricas, barbantes, cordão de nylon e elásticos de cores variáveis, entre outros.

4.1. Geoplano Retilíneo Quadrangular

O geoplano retilíneo quadrangular é prático e fácil de manusear, chamado de geoplano de medidas $n \times n$, pois é constituído de pregos ou pinos, que estão em linhas e colunas equidistantes um do outro. De acordo com a quantidade de pregos em cada linha “geoplano 5 x 5” àqueles onde a malha é quadrada e tem cinco pregos de cada lado (25 pregos no total), do mesmo modo “geoplano 8 x 8” tem uma malha quadrada de oito pregos de cada lado ; o “geoplano 10 x 10” possui uma malha quadrada de dez pregos de cada lado, vemos na figura um exemplo.

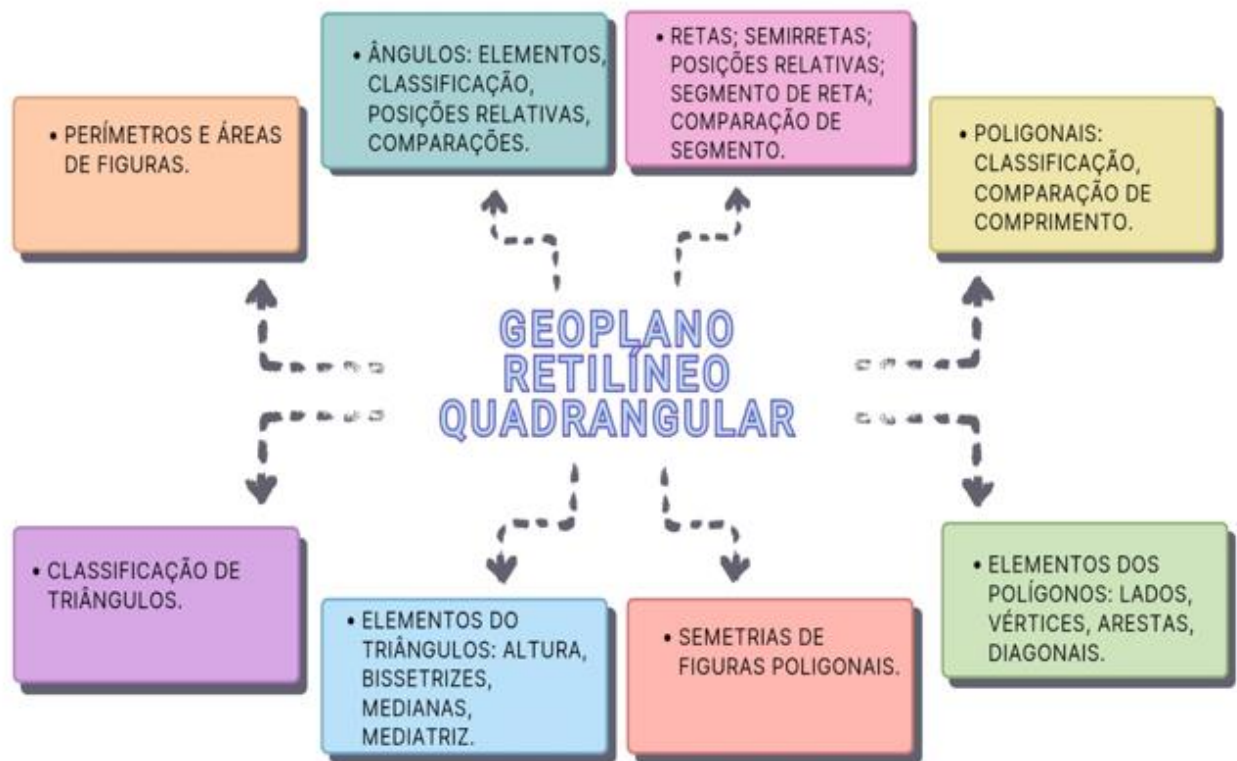
Figura VI: Geoplano Retilíneo Quadrangular



Fonte: elaborado pelo autor (2023)

Com o geoplano retilíneo quadrangular, podemos estudar alguns conceitos importantes da geometria plana como:

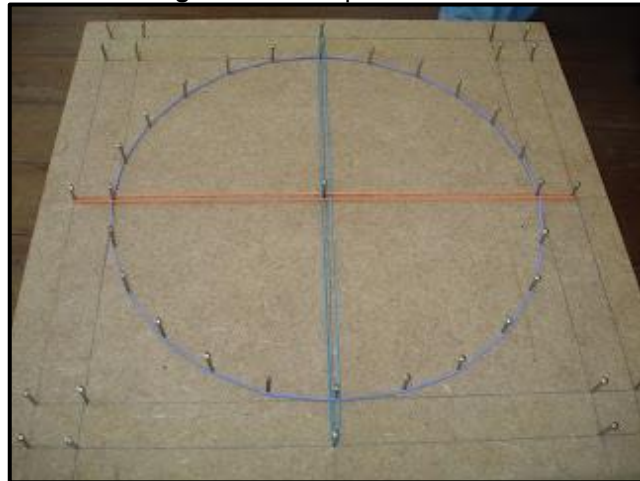
Figura VII: Mapa mental dos conceitos de geoplano quadrangular



Fonte: elaborado pelo autor (2023)

4.2. Geoplano Circular

O geoplano circular tem um pino no centro, um conjunto com 12, 24 ou 36 pinos, à mesma distância, formando um círculo e outro conjunto com 20, 28 ou 32 pinos, formando o quadrado que contém o círculo, conforme a figura abaixo.

Figura VIII: Geoplano circular

Fonte: <https://bethematica.blogspot.com/2010/10/como-usar-o-geoplano-circular.html>.

Acessado em 2023

Tem vários tipos de geoplanos circulares, depende do tamanho que se deseja construir, levando em conta que é necessário ter uma superfície plano com medidas de lados iguais. Da mesma forma as quantidades de pregos ou pinos que será usado para fazer os círculos concêntricos. Com o geoplano circular, podemos estudar alguns conceitos importantes da geometria plana como:

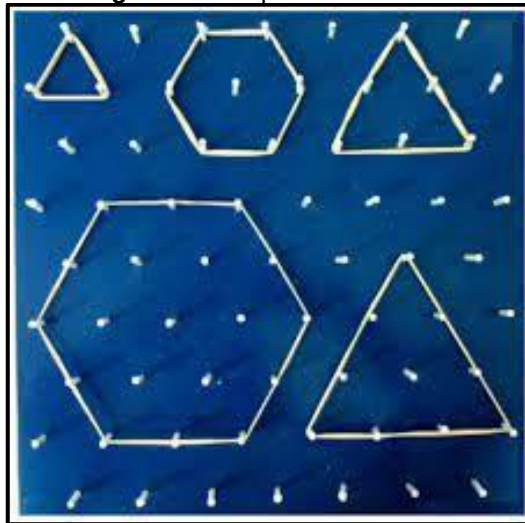
Figura IX: Mapa mental dos conceitos de geoplano circular

Fonte: elaborado pelo autor (2023)

4.3. Geoplano Isométrico

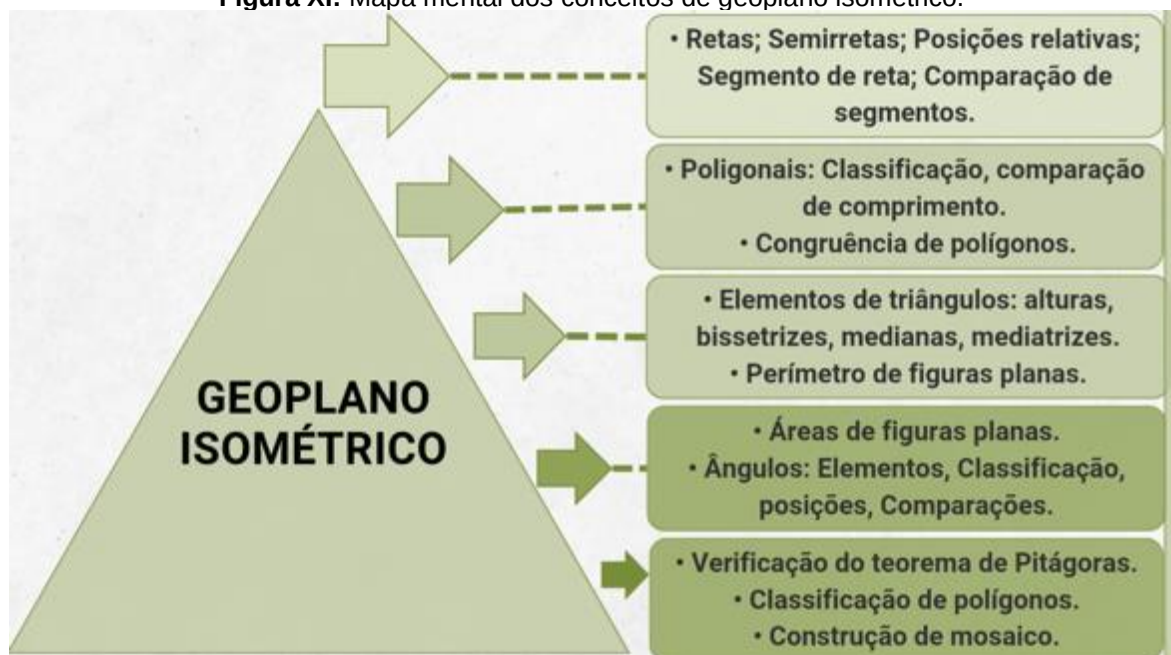
O geoplano isométrico é um material feito de madeiro ou plástico composto por pregos ou pinos fixado numa malha triangular no qual possibilita construir figuras triangulares. Podendo ter medidas de 30 cm x 30 cm e de 2 cm de espessura, com aproximadamente 70 pregos ou pinos equidistantes um do outro, dependendo do tamanho será construído. Como mostra a figura abaixo:

Figura X: Geoplano isométrico



Fonte: <https://mat.unb.br/lema/wp-content/uploads/2015/09/10SOLUC%C3%83O-DAS-ATIVIDADES-COM-GEOPLANO-ISOM%C3%89TRICO.pdf> acessado em 2023.

Figura XI: Mapa mental dos conceitos de geoplano isométrico.



Fonte: elaborado pelo autor (2023).

4.4. Geoplano 3D

Sua construção consiste em quadricular duas tábuas no formato de malha, mantendo a mesma unidade de medida, tanto a tábua de cima com a face interna voltada para baixo, como a de baixo com a face interna voltada para cima. Em cada ponto de a malha fixar pequenos ganchos. As tábuas são fixadas em quatro ripas perpendiculares às bases, separando-as. Na base superior os ganchos devem ficar voltados para a parte interna da figura. Podem ser colocadas também em alguns casos, ganchos nas ripas laterais de modo a ajudar na constituição.

Figura XII: Geoplano 3D



Fonte: elaborado pelo autor (2023)

É um material manipulável e didático que permiti facilitar a compreensão de figuras espaciais, pois se aproxima do real, e possibilita ao aluno explorar figuras geométricas, de forma criativa e cooperativa com os demais colegas de sala. Dessa forma, ajuda ao aluno de forma manual e prática aplicar conceitos ensinados em sala, proporcionando mais familiaridade com o conteúdo ensinado. Existem outros tipos de geoplanos espaciais, que podem ser utilizados com os alunos, depende do conteúdo da geometria a ser abordado pelo educador.

A diferença está na construção dos poliedros, e formas geométrica a serem ensinadas. Uma alternativa a mais de ensinar geometria, e que proporciona um estudo mais agradável, interessante, atrativo e divertido, levando o aluno exercitar o pensamento lógico e criativo.

5. ORGANIZAÇÃO DO ESTÁGIO SUPERVISIONADO

5.1. Projeto Pedagógico do Curso superior de Licenciatura em matemática (PPC).

Para a realização do Estágio Curricular dos Cursos de Licenciatura do Instituto Federal do Tocantins são previstas as figuras do Professor Supervisor de estágio da Instituição de Ensino Superior do IFTO, do Professor Orientador, do Supervisor de Estágio da Unidade Concedente e, do Estagiário. As competências de cada componente do programa de estágio estão dispostas no Capítulo IV da Organização Didático-Pedagógico (ODP), dos Cursos de Graduação Presenciais do IFTO.

A carga horária do estágio supervisionado será de 400 horas distribuídas ao longo de quatro semestres consecutivos, a partir do quinto semestre da grade curricular. Em cada um dos quatro semestres o estudante realizará 100 horas de estágio. Essa carga horária de 100 horas é dividida em duas partes sendo uma de 70 horas e outra de 30 horas. Nas 70 horas, o estagiário realizará o estágio, ou regência, ou seja, a prática em sala de aula.

É também parte integrante dessa carga horária, a vivência na instituição de ensino conveniada, ou seja, as demais atividades intrínsecas à realização de estágio. As demais 30 horas serão de orientação, isto é, de encontros presenciais de orientação e supervisão conduzidas pelo professor supervisor de estágio. Nestas, são realizadas discussões acerca da condução das atividades do estágio realizadas nas 70 horas. Os estágios são nominados Estágio I, II, III, IV. Os estágios são ofertados, respectivamente, do 5º aos 8º semestres do curso.

5.2. Divisão da Carga Horária do Estágio II.

Quadro 1: O Estágio Curricular Supervisionado II do curso de Licenciatura em Matemática terá sua carga horária distribuída nas seguintes atividades:

Quadro 1 - Estágio Curricular Supervisionado II

Carga horária prevista		Carga horária realizada	Atividade desenvolvida
30 horas (teórica)		30 horas	Foram realizadas semanalmente as terça-feira no IFTO, com o professor responsável pela disciplina de estágio, no qual orientava como elaborar os planos de aulas e o projeto interventor e tirava possíveis dúvidas sobre o estágio.
70 horas (práticas)	20 horas para o acompanhamento das aulas em turma do Ensino fundamental II	20 horas	Contribuições com o desenvolvimento das atividades em sala de aula do supervisor de estágio da unidade concedente: atendimento individual dos estudantes, resolução de exercícios com a turma, aulas em laboratório de matemática ou informática e realização de oficinas.
	10 horas de aulas de regência	10 horas	Aulas ministradas em turmas do Ensino Fundamental.
	10 horas para o Planejamento das regências	10 horas	Para cada regência, será computado 1 hora para o planejamento. Inclui-se esse planejamento, a elaboração do plano de aula das respectivas regências.
	10 horas	10 horas	Acompanhamento do planejamento semanal do professor supervisor da Unidade Concedente do Estágio. Participação em Reunião de Pais e Conselho de Classe.
	10 horas	10 horas	Participação em projetos da escola: monitoria, feira de ciências, mostra científica, projeto de ensino.
	10 horas	10 horas	Execução do projeto de intervenção proposto no estágio I. Posteriormente, o estagiário deverá elaborar um documento apontando os aspectos positivos e negativos do projeto, bem como realizar uma reflexão sobre o projeto proposto.
100 horas		100 horas	Carga horária total

Fonte: elaborado pelo autor (2019)

6. METODOLOGIA

Esse trabalho resulta de uma pesquisa de cunho qualitativo e também exploratório, sobre o ensino e aprendizagem de perímetro, área, retas e ângulos. Segundo o Gonsalves a pesquisa qualitativa demonstra: “[...] preocupou-se com a compreensão, com a interpretação do fenômeno, considerando o significado que os outros são às suas práticas, o que impõem ao pesquisador uma abordagem hermenêutica” GONSALVES (2003, p. 68).

Dessa forma, podemos dizer também que o presente trabalho é uma pesquisa exploratória, pois de acordo com (Gil 2002, p.41).

“Objetivo proporcionar maior familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito ou a constituir hipóteses. Pode-se dizer que estas pesquisas têm como objetivo principal o aprimoramento de ideias ou a descoberta de intuições”.

O presente estudo consiste em um relato de experiência vivenciado durante a aplicação do projeto interventor no estágio supervisionado II. Esta intervenção foi realizada junto às turmas do 7º e 8º ano dos anos finais do ensino fundamental, na Escola Municipal Henrique Talone pinheiro, no segundo semestre do ano de 2019. Tal intervenção faz parte das atividades obrigatória do Estágio Supervisionado, conforme exigido pelo curso de licenciatura em matemática.

Durante o Estágio Supervisionado I no primeiro semestre de mesmo ano, pôde-se observar as dificuldades dos alunos em lidar com o conteúdo de geometria, tanto no 7º quanto no 8º ano. Diante desse cenário, foi proposta uma abordagem alternativa, com a utilização do geoplano para solucionar as dificuldades identificadas.

7. RELATÓRIO DA APLICAÇÃO DO PROJETO INTERVENTOR NAS TURMAS DO 7º E 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL II.

O projeto de intervenção é também uma parte importante do Estágio Supervisionado II do curso de Licenciatura em Matemática, pois proporciona a prática, o desenvolvimento de habilidades adquiridas durante o curso e vivência na sala de aula.

Realizado com 44 estudantes do 7º ano e com 49 alunos do 8º ano do ensino fundamental II, da Escola Municipal Henrique Talone Pinheiro na cidade Palmas Tocantins, no ano de 2019, conforme a figura abaixo.

Figura XIII: Unidade Concedente (Fachada da Escola)



Fonte: Foto tirada pelo autor 2019

Abordou-se na oficina do 7º ano (72.02), o conteúdo de perímetro e área de forma conceitual e prática com o auxílio do geoplano. As aulas e o conteúdo selecionado para a oficina foram negociados com o professor regente, considerado o fato de que ele não queria pular a sequência do conteúdo do livro utilizado pelos alunos. Sendo disponível apenas duas aulas de cinquenta minutos cada, para aplicação da oficina.

Na turma do 8º ano (82.02), trabalhou-se os conteúdos de retas e ângulos, sendo também de forma conceitual e prática com auxílio do geoplano, tendo sido disponível duas aulas de cinquenta minutos cada, conforme foi combinado com professor regente da turma. Mas o tempo da oficina foi reduzido, devido alguns contratempos com o professor, o horário ficou de apenas uma aula e meia.

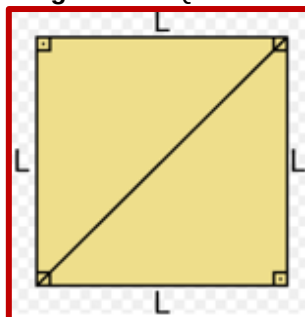
Este trabalho procurou demonstrar que o geoplano proporciona uma melhora na aprendizagem conceitos geométricos, trazendo uma qualidade nas aulas de matemática, sendo um recurso a mais para professor. Ajudando o a propor estratégias através do uso do geoplano explorando as formas, os conteúdos de geometria ensinados em sala sendo um recurso didático, que proporcionasse o acesso a uma aprendizagem mais tranquila e fácil da geometria plana, sem utilização de formulas e cálculos, apenas visual, mas também sendo complementada pela prática. E com isso favorecer o despertar do interesse dos alunos pela disciplina, promover maior relacionamento entre a matéria estudada e o cotidiano dos alunos. Além de mostrar que a matemática pode ser divertida e interessante, e dessa forma, desejamos também contribuir para o melhor processo de ensino-aprendizagem na sala de aula.

7.1. Descrição da atividade proposta com a turma do 7º Ano

7.1.1. Primeiro momento

Foi trabalhado de forma conceitual e simbólica o reconhecimento de unidade de medida, de perímetro e de áreas. Sendo abordado primeiramente o conceito de perímetro, que é a medida de comprimento de um contorno, ou seja, sendo a soma das medidas de seu lado.

Figura XIV: Quadrado

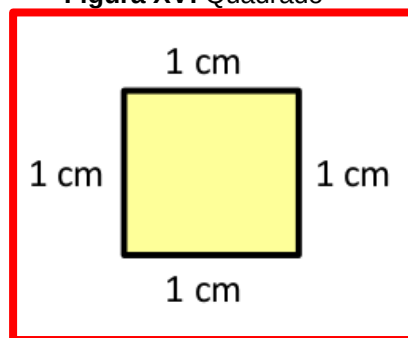


Fonte: <https://matematicabasica.net/perimetro-do-quadrado/> acessado em:

2019

Da mesma forma mostrando que para medir uma superfície, é necessário usar outra superfície como unidade de medida. Superfície de quadrados são usadas como padrão de medida, o centímetro quadrado (cm^2) é a superfície ocupada pelo quadrado de 1 centímetro de lado, o metro quadrado (m^2) é a superfície ocupada pelo quadrado de 1 metro de lado, que à área do quadrado é igual ao produto entre dois lados. Como lados de um quadrado tem a mesma medida, área de um quadrado de lado L é igual a L^2 . conforme a figura abaixo.

Figura XV: Quadrado



Fonte: <https://mundoeducacao.uol.com.br/matematica/numero-quadrado-perfeito.htm> acessado em: 2019

Sendo usado neste primeiro momento o geoplano de tamanho de 80cm por 40 cm, fixado no quadro branco, com a intenção de ajudar a turma a manipula-lo de forma correta e assimilar melhor o conteúdo trabalhado em sala e desenvolver as atividades propostas. A expectativa é de que toda a turma se envolvesse na oficina de forma ativa. (figura XV).

Figura XVI: Aplicando a oficina



Fonte: elaborado pelo autor (2019)

7.1.2. Segundo momento

Foi dada a turma em grupos de três a quatro alunos, no qual cada grupo recebeu um geoplano retilíneo quadrangular para execução da atividade. Aplicou-se uma atividade de reconhecimento e identificação de unidade de medida, comparando as figuras feitas. Na atividade um, os alunos reproduziram no geoplano utilizando ligas de cores variadas as gravuras apresentadas na (Figura XVI).

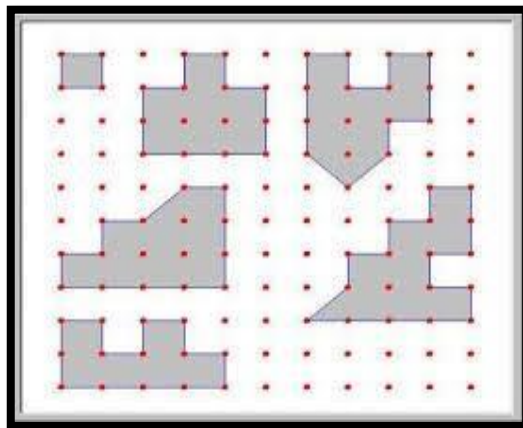
Admitindo que o perímetro é a medida de comprimento de um contorno, sendo a soma das medidas de seu lado. Que a área do quadrado é igual ao produto entre dois lados, para responder as perguntas que foram feitas.

ATIVIDADE 1.

Calcule o perímetro e área de cada uma das superfícies construídas, (figura XVII).

1. Verificar se tem figuras com o mesmo perímetro?
2. Que figuras têm a mesma área?
3. Encontre duas figuras que tenham áreas diferentes e diga qual delas têm área maior?
4. Quando podemos afirmar que a área de uma superfície é maior do que a de outra superfície?

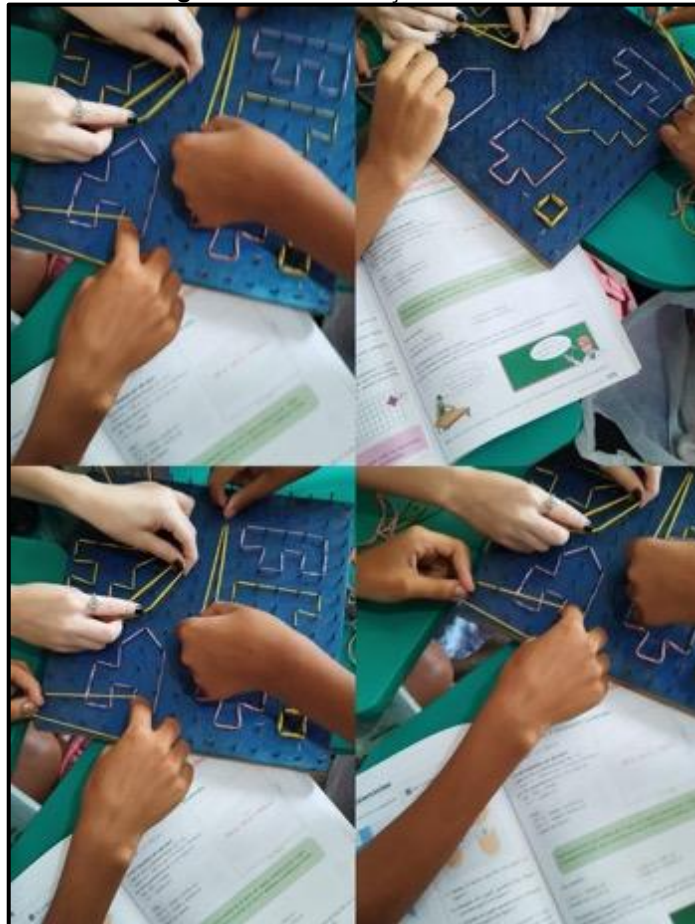
Figura XVII: Atividade 1



Fonte: <https://www.google.com/search?q=imagem+de+atividade+com+geoplano> Acessado em 2019.

Os alunos, em grupos de quatro resolveram a atividade, utilizaram dos conceitos ensinados em sala. Neste momento tive que orientá-los e permitir que todos os colegas do grupo tinham que participar da atividade, pois era de grande relevância a aprendizagem individual e coletiva da turma.

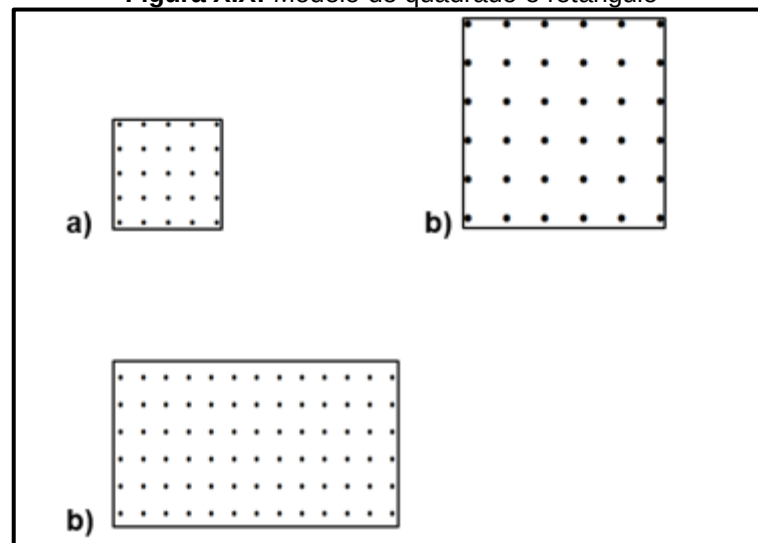
Figura XVIII: resolução da atividade 1



Fonte: elaborado pelo autor (2019)

7.1.3. Terceiro momento

Nesse terceiro momento, a turma recebeu uma folha A4 com o desenho de dois quadrados e um retângulo. Pedimos para que os alunos desenhasssem no geoplano as seguintes figuras, com a mesma quantidade de pinos equidistante de cada um. Conforme é mostrado abaixo.

Figura XIX: Modelo de quadrado e retângulo

Fonte: elaborado pelo autor (2019)

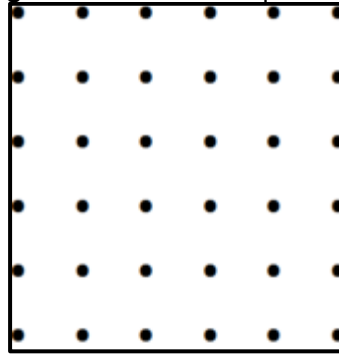
Em seguida solicitamos que cada aluno determinasse a medida da área dos quadrados e do retângulo, considerando que cada quadradinho do geoplano equivale uma unidade de medida de 1 cm^2 .

Cada grupo apresentou seu resultado e a forma como encontrou. Sendo a resposta como calcular a medidas dos quadrados e retângulos: a) quadrado $4 \times 4 = 16$, b) quadrado $5 \times 5 = 25$ e c) retângulo $12 \times 5 = 60$. Mostramos de forma conceitual e prática o cálculo de área para a turma, sendo definido que cada medida representa área de 1 cm^2 . a) quadrado 16 cm^2 , b) quadrado 25 cm^2 e c) retângulo 60 cm^2 . Sendo cálculo da área do quadrado e da área do retângulo é de $A = l \times l = l^2$ por fim e medida da base (b) por sua altura (h), $A = b \times h$.

Em sequência propôs-se uma nova atividade com o mesmo intuito de trabalhar os conceitos de perímetro e área aplicado anteriormente, os alunos tentaram construir no geoplano de malha quadricular, três quadrados com a condição de que cada um tenha o dobro do perímetro do anterior e verificando se as áreas são iguais ou diferentes.

A atividade desenvolveu-se em grupo, sendo que cada aluno deveria fazer o desenho e registrar no caderno os resultados encontrados.

Figura XX: Modelo de quadrado



Fonte: elaborado pelo autor (2019)

Figura XXI: Alunos resolvendo atividade proposta



Fonte: elaborado pelo autor (2019)

Após o término de todas as atividades previstas na oficina, o professor regente sugeriu que passasse as atividades extraclasse para que a turma praticasse tudo que eles haviam aprendido na oficina. Foram os exercícios de nº 15 á 22 da página 181

do livro didático adotado pela unidade escolar, praticado matemática de Álvaro Andrini e Maria José Vasconcellos. conforme está no **ANEXO A**.

7.1.4. Resultados

Obteve-se uma experiência satisfatória com a utilização do material didático geoplano, pois o objetivo era permitir que os alunos pudessem de forma lúdica e prática aprender conceitos importantes da geometria plana, na qual tinham dificuldade de assimilação, pois a maioria dos alunos achavam a matemática um conteúdo difícil e chato de se estudar.

Utilizando o geoplano podemos ensinar aos alunos a resolver os conteúdos de perímetro e área de uma forma mais agradável, prática e visual. Permitindo o aluno por meio do uso do recurso geoplano a fazer suas próprias descobertas, partindo de estratégias individuais para a resolução dos problemas propostos a eles.

Apesar da turma ter 44 alunos, todos participaram ativamente de cada atividade, assim, a manipulação do geoplano mostrou-se algo interessante para os alunos, por não conhecer esse tipo de material, eles ficaram bem interessados em usar. Na primeira atividade pude observar que eles estavam com dificuldades de resolver a questão de construir no geoplano de malha quadricular, três quadrados com a condição de que cada um tivesse o dobro do perímetro do anterior e verificando se as áreas eram iguais ou diferentes.

Com essa atividade tornou-se possível fazer algumas reflexões e considerações sobre a prática pedagógica ao bom trabalho do professor de matemática, por exemplo a dificuldade de interpretação da questão aplicada, o entendimento do enunciado, a capacidade de encontrar estratégias para resolver a questão e a necessidade de um mediador que contribua para a aprendizagem do aluno.

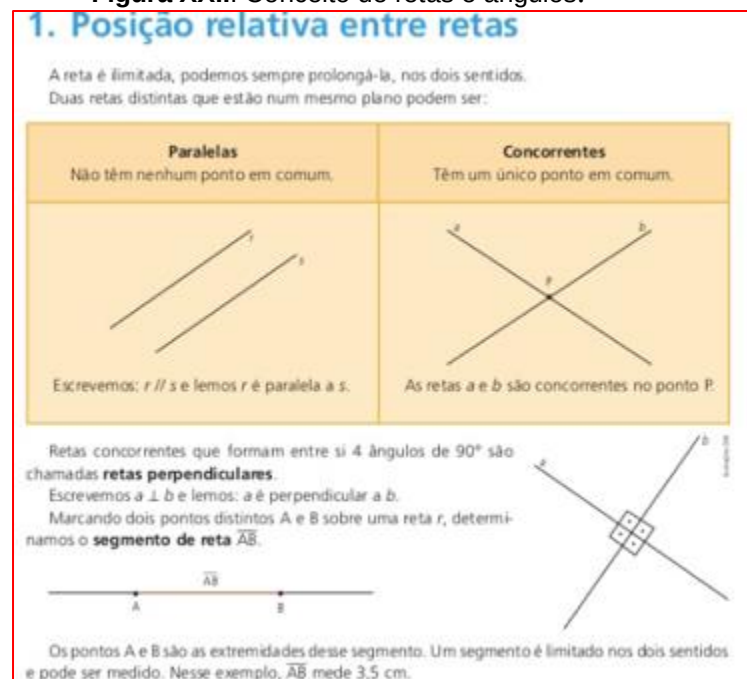
Esse projeto mostrou-me que é muito importante como profissional da educação observar as necessidades dos alunos, além de estar sempre atento as diferentes necessidades de aprendizagem dos alunos nas suas dificuldades peculiares.

7.2. Descrição da atividade proposta com a turma 8º Ano.

7.2.1 primeiro momento

Trabalhamos de forma conceitual, utilizando quadro branco juntamente com o livro didático da turma do 8º ano para passar os conceitos de reta e ângulos, mostramos que retas são figuras geométricas primitivas formados por um conjunto de pontos. Como resultado desse conceito é que a reta possui comprimento infinito. Destacamos a posição relativa entre retas, duas retas distintas, ponto médio de um segmento, Construção de retas perpendiculares e de retas paralelas, distância sobre ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal, ângulos correspondentes e ângulos internos. conforme a (figura XVIII).

Figura XXII: Conceito de retas e ângulos.



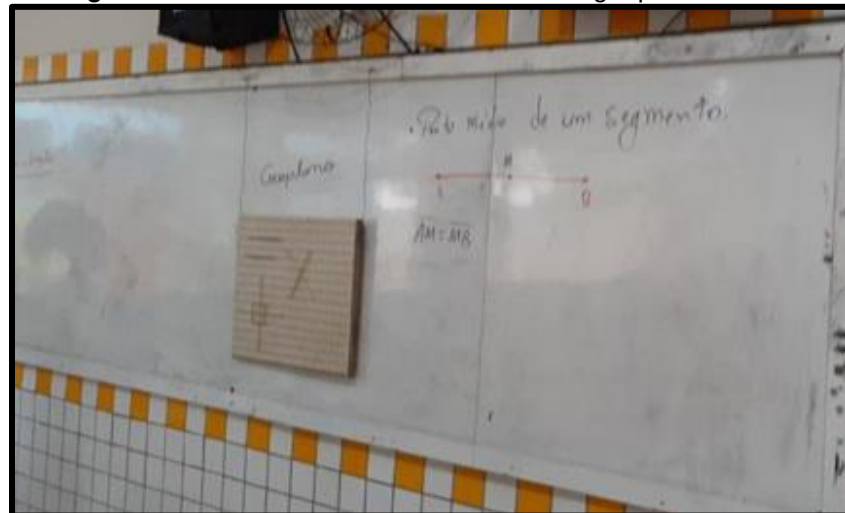
Fonte: Livro didático; Praticando Matemática, 4ª edição de Álvaro Andrini e Maria José Vasconcellos.

Foi dada a turma em grupos de três a quatro alunos, no qual cada grupo recebeu um geoplano para execução da atividade. Sendo orientado sobre questão da disciplina e da participação na atividade.

Para auxiliar os alunos no desenvolvimento das atividades propostas utilizamos o geoplano de tamanho de 80 cm por 40 cm, fixado no quadro

branco, para agilizar o processo de ensino aprendizagem, posto que o tempo que tínhamos era pouco. Com isso ajudar a turma a manipulá-lo de forma correta e a assimilar melhor o conteúdo trabalhado em sala, e desenvolver as atividades propostas. Pois queríamos que toda a turma se envolvesse na oficina de forma ativa. (figura XIX).

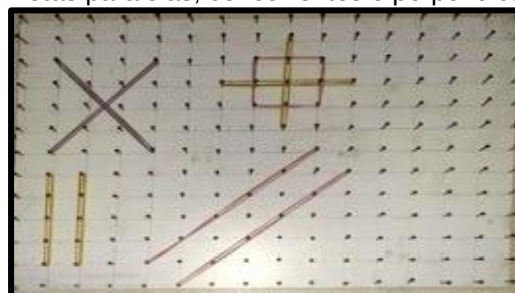
Figura XXIII: Aula conceitual com auxílio do geoplano



Fonte: elaborado pelo autor (2019)

Com isso ajudar a turma a manipulá-lo de forma correta e a assimilar melhor o conteúdo trabalhado em sala, e desenvolver as atividades propostas. Pois queríamos que toda a turma se envolvesse na oficina de forma ativa.

Figura XXIV: retas paralelas, concorrentes e perpendiculares



Fonte: elaborado pelo autor (2019)

Os alunos puderam manipular o geoplano utilizando as ligas para fazer o desenho das retas que o livro didático mostrava, sendo mais uma atividade de assimilação, desenharem no geoplano retas paralelas, perpendiculares, ponto médio de um segmento, retas concorrentes que formam quatro ângulos de 90° .

Figura XXV: Alunos realizando atividades do projeto



Fonte: elaborado pelo autor (2019)

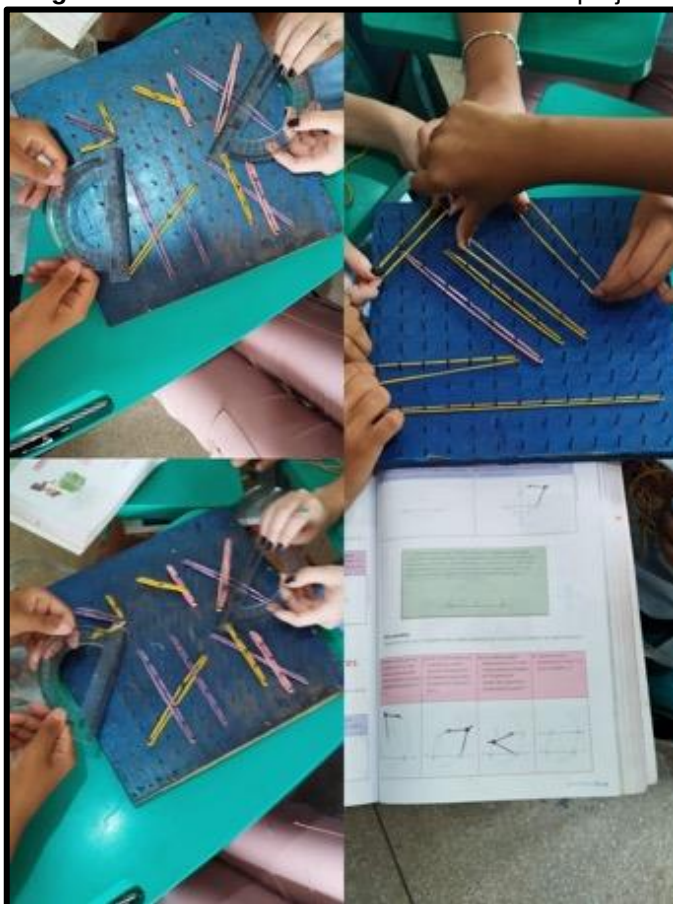
De forma prática os alunos foram utilizando o geoplano para fazer os desenhos feitos no quadro branco, assim assimilando os conceitos ensinados e proporcionando mais interação com o conteúdo, tendo mais participação na aula.

Logo após esse momento, direcionou-se a turma a exercitar o que apreendeu resolvendo os exercícios do livro didático da página 167 em sala, conforme está no **ANEXO B**.

7.2.2. segundo momento

Trabalhamos de forma resumida os conceitos dados no primeiro momento sobre ângulos, utilizamos o geoplano e o transferidor para exercitar todos ângulos citados na aula conceitual: Ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal, ângulos correspondentes e ângulos internos.

Figura XXVI: alunos durante as atividades do projeto



Fonte: elaborado pelo autor (2019)

Para melhorar a assimilação do conteúdo, direcionou-se a turma a revisar tudo visto em sala, estudando parte conceitual da página 168 e resolver os exercícios de nº 1 ao 7 do livro didático da página 169, para a turma fazer em casa, conforme está no **ANEXO C**.

7.2.3. terceiros momento

E fechamos nosso projeto com turma do 8º ano, após todas as atividades feitas em sala, respondendo os exercícios do livro didático da página 170, conforme está no **ANEXO D**. Este tempo restante também foi dedicado a retirar alguma dúvida que algum aluno teria tido com algum conceito ensinado, pois a intenção era de que a turma assimilasse de forma sistemática o conteúdo proposto.

7.2.4. Resultados

Com a turma do 8º ano, a experiência foi totalmente diferente da turma do 7º ano, pois por ter um tempo reduzido não se conseguiu mais resultados positivos com a oficina aplicada, apesar dos alunos estarem interessados em usar o material geoplano, o horário não foi favorável.

O objetivo era de que os alunos fossem capazes de solucionar problemas propostos de forma visual e prática, saindo um pouco do método tradicional de ensino, usando o conhecimento adquirido para solucionar as atividades propostas em sala, tendo como ferramenta auxiliadora o geoplano.

Observou-se que a turma ficou bem envolvida na oficina, apesar da sala ter 49 alunos, a comunicação ficou um pouco difícil, mas conseguiram assimilar bem o conteúdo e resolveram as atividades do livro didático sem dificuldades.

Com a experiência vivenciada com a turma, pode-se fazer a seguinte reflexão, que o método de ensino utilizado com o geoplano, com uma didática lúdica proporcionou-se uma melhor assimilação dos conteúdos.

Portanto, o uso do recurso inovador tornou o ensino uma forma diferente e interessante de aprender matemática, sendo um complemento diferencial nas aulas. A partir dessa abordagem diferenciada, os alunos puderam ter acesso a algo novo e diversificado no modo de aprender. Desse modo, pode-se levar para a prática pedagógica essa metodologia.

Esse projeto auxiliou-me a entender que é necessário como profissional da educação sempre renovar os métodos de ensino, pois os alunos necessitam sempre de ser surpreendidos e atraídos para o conteúdo ensinado em sala, levando a estarmos mais atentos as necessidades de aprendizagem dos alunos em suas dificuldades de assimilação do conteúdo.

Buscamos também, por meio das atividades feitas em sala, desmistificar que a matemática é algo difícil e complicado, pois não é uma ciência impossível de aprender, e que basta dedicação e esforço para obter sucesso na disciplina.

8. SUGESTÕES DE OUTRAS ATIVIDADES COM GEOPLANO PARA TURMAS DO 7º E 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL II COM O GEOPLANO.

Para as propostas de atividades com as turmas do 7º e 8º apresenta-se o plano pedagógico, os cronogramas de aulas e nos apêndices os planos de aulas e as atividades lúdicas com o uso do recurso geoplano.

8.1. Plano Pedagógico para 7º ano ensino fundamental II

Quadro 2 - Plano Pedagógico da turma do 7º ano com a Proposta de Trabalho para o ensino de Geometria Plana com o uso de material manipulável (Geoplano).

Tema	Geometria Plana
Objetivo	Apresentar aos alunos os conceitos básicos de Geometria Plana com o auxílio do material manipulável (Geoplano), com a finalidade de fazer com que os estudantes tenham uma melhor compreensão do conteúdo abordado.
Objetivo do conhecimento	Ângulos 1) Definição e medida de um ângulo 2) Classificação de ângulos 3) Ângulos congruentes, consecutivos e adjacentes 4) Ângulos complementares e suplementares Retas 1) Retas paralelas e retas concorrentes 2) Ângulos opostos pelos vértices e retas paralelas cortadas por uma transversal.
Competências (s) (BRASIL, 2018)	✓ Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo. ✓ Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.
Habilidades (s) (BRASIL, 2018)	✓ (EF07MA23) Verificar relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal, com e sem uso de softwares de geometria dinâmica.

Recursos didáticos	✓ Quadro ✓ Pincel ✓ Apagador ✓ Régua ✓ Papel quadriculado A4 ✓ Geoplano quadriculado ✓ Livro didático
Avaliação	✓ Participação nas aulas durante o desenvolvimento das atividades com material manipulável. ✓ Avaliação composta por 10 questões as quais os alunos resolvem e devolvem ao avaliador para correção.
Frequência	A frequência dos alunos, será dada a partir da participação dos mesmos nas aulas e de acordo com a realização das atividades propostas durante os encontros.
Quantidade de aulas	Cada encontro composto de 3 aulas. Cada aula de 50 minutos.

Fonte: elaboração própria.

Quadro 3 - Plano Pedagógico da turma do 7º ano com a proposta de trabalho para o ensino de Geometria Plana com o uso de material manipulável (Geoplano).

Tema	Geometria Plana
Objetivo	Apresentar aos alunos os conceitos básicos de Geometria Plana com o auxílio do material manipulável (Geoplano), com a finalidade de fazer com que os estudantes tenham uma melhor compreensão do conteúdo abordado.
Objetivo do conhecimento	Triângulos 1) Construção 2) condição de existência e soma das medidas dos ângulos internos
	✓ Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do

Competências (s) (BRASIL, 2018)	conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções. ✓ Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.
Habilidades (s) (BRASIL, 2018)	✓ (EF07MA24) Construir triângulos, usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados e verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°. ✓ (EF07MA25) Reconhecer a rigidez geométrica dos triângulos e suas aplicações, como na construção de estruturas arquitetônicas (telhados, estruturas metálicas e outras) ou nas artes plásticas. ✓ (EF07MA26) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um triângulo qualquer, conhecidas as medidas dos três lados
Recursos didáticos	✓ Quadro ✓ Pincel ✓ Apagador ✓ Régua ✓ Papel quadriculado A4 ✓ Geoplano quadriculado ✓ Papel quadriculado ✓ Livro didático
Avaliação	✓ Participação nas aulas durante o desenvolvimento das atividades com material manipulável. ✓ Avaliação composta por 10 questões as quais o aluno resolve e devolve ao avaliador para correção.
Frequência	A frequência dos alunos, será dada a partir da participação dos mesmos nas aulas e de acordo com a realização das atividades propostas durante os encontros.

Quantidade de aulas	Cada encontro composto de 3 aulas. Cada aula de 50 minutos.
----------------------------	---

Fonte: elaboração própria.

8.2. Plano Pedagógico para 8º ano ensino fundamental II

Quadro 4 - Plano Pedagógico da turma do 8º ano com proposta de trabalho para o ensino de Geometria Plana com o uso de material manipulável (Geoplano).

Tema	Geometria Plana
Objetivo	Apresentar aos alunos os conceitos básicos de Geometria Plana com o auxílio do material manipulável (Geoplano), com a finalidade de fazer com que os estudantes tenham uma melhor compreensão do conteúdo abordado.
Objetivo do conhecimento	triângulos 1) Elementos de um triângulo 2) Classificação de triângulos 3) Ângulos nos triângulos.
Competências (s) (BRASIL, 2018)	✓ Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções. ✓ Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.
	✓ (EF08MA14) Demonstrar propriedades de quadriláteros por meio da identificação da congruência de triângulos.

Habilidades (s) (BRASIL, 2018)	✓ (EF08MA16) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um hexágono regular de qualquer área, a partir da medida do ângulo central e da utilização de esquadros e compasso.
Recursos didáticos	✓ Quadro ✓ Pincel ✓ Apagador ✓ Régua ✓ Papel A4 ✓ Papel quadriculado A4 ✓ Transferidor ✓ Papel quadriculado ✓ Papel cartão ou sulfite ✓ Livro didático
Avaliação	✓ Participação nas aulas durante o desenvolvimento das atividades com material manipulável. ✓ Avaliação composta por 10 questões na qual o aluno resolver e devolver ao avaliador para correção.
Frequência	A frequência dos alunos, será dada a partir da participação dos mesmos nas aulas e de acordo com a realização das atividades propostas durante os encontros.
Quantidade de aulas	Cada encontro composto de 3 aulas. Cada aula de 50 minutos.

Fonte: elaboração própria

8.3. – O cronograma da turma 7º ano.

No quadro 5, a seguir, é apresentado o cronograma das aulas e das atividades que serão realizadas durante a execução da proposta de trabalho.

1º Encontro (2 aulas)	Na Etapa 1 será trabalhado a definição e medida de um ângulo. Classificação de ângulos. Ângulos congruentes, consecutivos e adjacentes. Ângulos complementares e suplementares e retas paralelas e retas concorrentes. Ângulos opostos pelos vértices e retas paralelas cortadas por uma transversal.
------------------------------	---

	por meio de aula teórica/prática, com auxílio do geoplano quadrangular e o transferidor (conforme atividade 1).
	Na Etapa 2, resolver alguns exercícios de fixação relacionadas ao tema.
2º Encontro (1 aula)	Na Etapa 3 será aplicada uma avaliação composta de 10 questões. Apêndice A – Planos de Aula 1 e exemplos de atividades que poderão ser trabalhadas com Geoplano.

Fonte: elaboração própria.

8.4. – O cronograma da turma 7º ano.

No quadro 6, a seguir, é apresentado o cronograma das aulas e das atividades que foram realizadas durante a execução da proposta de trabalho.

1º Encontro (2 aulas)	Na Etapa 1 trabalhou-se os conteúdos de construção condição de existência e soma das medidas dos ângulos internos de Triângulos por meio de aula teórica/prática, também se utilizou o Geoplano Quadrangular com auxílio do transferidor e régua (conforme atividade 2) proposta, para facilitar o processo de ensino e aprendizagem sobre os conteúdos abordados
	Na Etapa 2, resolveu-se alguns exercícios de fixação relacionadas ao tema.
2º Encontro (1 aula)	Na Etapa 3 aplicou-se uma avaliação composta de 10 questões. Apêndice A – Planos de Aula 2 e exemplos de atividades que puderam ser trabalhadas com o Geoplano.

Fonte: elaboração própria.

8.5. – O cronograma da turma 8º ano.

No quadro 7, a seguir, apresentou-se o cronograma das aulas e das atividades que foram realizadas durante a execução da proposta de trabalho.

1º Encontro (2 aulas)	Na Etapa 1 trabalhou-se os conteúdos de triângulos: Elementos de um triângulo, Classificação de triângulos, Ângulos nos triângulos. Por meio de aula teórica/prática, também se utilizou o Geoplano Quadrangular ou isométrico (conforme atividade 3) proposta, para facilitar o processo de ensino e aprendizagem sobre os conteúdos abordados.
	Na Etapa 2, resolveu-se alguns exercícios de fixação relacionadas ao tema.
2º Encontro (1 aula)	Na Etapa 3 aplicou-se uma avaliação composta de 10 questões. Apêndice A – Planos de Aula 3 e atividades que puderam ser trabalhadas com Geoplano.

Fonte: elaboração própria.

8. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa verificou a eficácia da utilização do material manipulável, o geoplano como ferramenta de ensino e aprendizagem, mostrando, por meio do projeto interventor aplicado nas turmas do 7º ano e 8º ano das series finais, que os alunos tiveram uma melhor compreensão e assimilação dos conceitos geométricos ensinados em sala de aula.

Evidenciou-se que esse material didático, o geoplano ajudou os alunos a terem interesse e envolvimento com conteúdo aplicado, despertou a colaboração e a interação entre os alunos, ainda proporcionou meios e estratégias para resolver as atividades propostas. De fato, a utilização de materiais manipuláveis levou os alunos de forma positiva a terem uma aprendizagem mais sistemática do conteúdo de geometria plana.

Observou-se que nos momentos em que os alunos foram submetidos a resolver as atividades com o auxílio do geoplano, tiveram mais atenção e interesse, além de proporcionar uma melhoria no relacionamento com os colegas e professor. Assim, os objetivos específicos alcançados em contribuir na qualidade das aulas de matemática, tornou-se mais atraente e divertida, fornecendo ao professor uma alternativa de ensino a mais para ensinar o conteúdo de geometria plana.

REFERÊNCIAS

ANDRINI, Álvaro; VASCONCELLOS, Maria José. **Praticando matemática 7º**. 4. ed. São Paulo: Editora do Brasil, 2015.

_____. **Praticando matemática 8º**. 4. ed. São Paulo: Editora do Brasil, 2015.

BOYER, Carl B. **História da Matemática** / Carl B. Boyer, revista por Uta C. Merzbach: tradução de Elza F. Gomide - 2ª ed. São Paulo: Edgard Blucher, 1996.

CAJORI, Florian. **Uma História da Matemática**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda, 2007.

CAMACHO, Mariana Sofia Fernandes Pereira. Materiais manipuláveis no processo ensino/aprendizagem da matemática: aprender explorando e construindo. Relatório de Estágio de Mestrado. Universidade da Madeira. Funchal: Portugal. 2012. Disponível em:

<https://digituma.uma.pt/bitstream/10400.13/373/1/MestradoMarianaCamacho.pdf>.

Acesso em 09 de abr. de 23.

Portal São Francisco. **Bibliografia tales de Mileto**. <https://www.portalsaofrancisco.com.br/biografias/tales-de-mileto> acesso em: 17 de dez. de 2023.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. 5. ed. Campinas, Sp: Unicamp, 2011.

FACCHI, Maria Gabriela. A importância do uso de materiais manipuláveis no ensino de matemática. 2022. 55 f. Trabalho de conclusão de Curso (Graduação) – Curso de Graduação Licenciatura em matemática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2022.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4º ed. Ed. Atlas.2002.

GIOVANNI JUNIOR, José Ruy; CASTRUCCI, Benedicto. **A conquista da matemática 7º**. 4. ed. São Paulo: Fdt, 2018. 324p.

_____. **A conquista da matemática 8º**. 4. ed. São Paulo: Fdt, 2018. 324p.

GOMES, Elizabethe. Bethemática, o blog da matemática. Disponível em: <https://bethemática.blogspot.com/2010/10/como-usar-o-geoplano-circular.html>.

Acesso em: 30 de nov. de 2023.

GONSALVES, Elisa Pereira. **Conversas sobre iniciação à pesquisa científica**. 3. ed. Campinas, São Paulo: Editora Alínea, 2003.

GRANADO, Cláudia Maria. **Geometria: espaço e forma**. Chapecó: Unochapecó; Coordenadoria de Educação a Distância, 2008.

KALEFF, Ana Maria. **Tomando o ensino da Geometria em nossas mãos**. Educação Matemática em Revista, São Paulo, Ano 1, n. 2, 1994.

KNIJNIK, Gelsa; BASSO, N. V. de A.; KLÜNSENER, R. **Aprendendo e Ensinando Matemática com o Geoplano**. 2 ed. Ijuí: Ed. Unijuí, 2004. (Biblioteca do professor. Coleção Programa do Livro na Escola).

LIMA, Paulo Figueiredo; CARVALHO, João Bosco Pitombeira Fernandes. Geometria. in: CARVALHO, João Bosco Pitombeira Fernandes. **Coleção explorando o ensino**. Brasília: Ministério da Educação, 2010. p. 135.

LORENZATO, S. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. in: LORENZATO, Sérgio. **laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2006.

MACIEL, Cinthia Silva. O geoplano como recurso didático no ensino da geometria plana. 2019. 61 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Curso de Licenciatura em matemática, Universidade Estadual da Paraíba, 2019.

MUZÁS, José Maria Sorando. **A importância histórica**. Disponível em: https://matematicasentumundo.es/PROBLEMAS/problemas_importancia_historica.htm. Acesso em: 03 de dez. de 2023.

NACARATO, Adair Mendes. Eu trabalho primeiro no concreto. Revista de Educação Matemática. Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM). Ano 9, n.9-10, (2004-2005), p.1-6.

Nota positiva. **Vida e obra de Euclides**. <https://notapositiva.com/vida-obra-euclides/#> acesso 17 de dez 2023.

PASSOS, C. L. B. Materiais manipuláveis como recurso didático na formação de professores. In: LORENZATO, S. (ED) **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. São Paulo: Autores Associados, p. 77-92, 2006

Portal São Francisco. Bibliografia tales de Mileto. <https://www.portalsaofrancisco.com.br/biografias/tales-de-mileto> acesso em: 17 de dez. de 2023.

RÊGO, R. G; RÊGO. R. M. **Matematicativa**. 4. ed. Rev. Campinas, Sp: 2013. (Coleção Formação de Professores).

Regulamento do Estágio Curricular Supervisionado dos cursos de graduação presenciais do IFTO. Disponível em:

<http://www.ifto.edu.br/ifto/colegiados/consup/documentos-aprovados/regulamentos/regulamentos-cursos-graduacao/regulamento-estagio-supervisionado-cursos-graduacao-presenciais-ifto-1edicao.pdf/view>. Acesso em: 18 de junho de 2019.

Robson Sá. Geometria Plana: conceitos históricos e cálculo de áreas. Disponível em: <https://www.infoescola.com/matematica/geometria-plana-conceitos-historicos-e-calculo-de-areas/>. Acesso em: 09 de março de 2023.

SILVA, Cézar Menezes da. O uso de materiais manipuláveis do ensino de geometria. 2021. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Curso de Licenciatura em Matemática, Universidade Federal de Pernambuco Campus do Agreste Núcleo de Formação Docente, 2021.

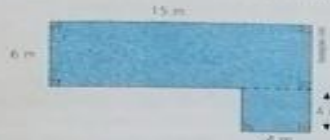
Solução das atividades com Geoplano Isométrico. Disponível em: <https://mat.unb.br/lemat/wp-content/uploads/2015/09/10SOLUC%C3%83O-DAS-ATIVIDADES-COM-GEOPLANO-ISOM%C3%89TRICO.pdf>. Acesso em: 03 de dez. de 2023.

ANEXO A

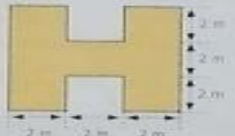
Os exercícios de nº 15 à 22 da página 181 do livro didático.

Exercícios

15 (Saresp) Abaixo vemos a vista superior (também chamada de planta baixa) do apartamento de Marina. Qual a área deste imóvel?



16 Calcule a área da figura sombreada.



Todos os cantos da figura são ângulos retos.

17 Veja a planta de um quarto retangular com um armário embutido. Foi preciso descontar a área do armário no momento de calcular a quantidade de ladrilho para o piso. Quantos metros quadrados de ladrilho foram gastos?



18 O tapete retangular da figura tem uma parte central lisa e uma faixa decorada com 1 m de largura. Qual é a área, em m^2 , da parte lisa do tapete?



19 Calcule mentalmente a área da figura, sabendo que é formada por três retângulos.



20 Um senhor quer construir um canal retangular com $24 m^2$ de área. Indique três possibilidades diferentes para as dimensões do canal (comprimento $\times$ largura).

21 Na escola de José há dois pátios, um de forma quadrada e outro de forma retangular. Esses pátios têm a mesma área.



a) Qual é o comprimento do pátio retangular?
b) Qual dos dois tem maior perímetro?

22 O senhor Paulo possui três lotes quadrados: um deles tem lado de 10 m e os outros dois têm lados de 20 m cada. Ele quer trocar os três lotes por outro lote quadrado, cuja área seja a soma das áreas daqueles três lotes. Quanto deve medir de lado o novo lote?



ÁREAS E VOLUMES **181**

ANEXO B

Os exercícios de nº 1 à 7 da página 167

Exercícios

1 Usando régua e esquadro, verifique a posição relativa das retas e indique:

a) duas retas paralelas; $a \parallel c$

b) duas retas perpendiculares; Por exemplo: $a \perp b$

c) duas retas concorrentes que não sejam perpendiculares. Por exemplo: $c \perp d$

2 Na figura, quais são os segmentos de reta paralelos entre si?

- $\overline{AF} \parallel \overline{CD}$
- $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$
- $\overline{BC} \parallel \overline{EF}$

3 Rafaela quer entrar neste edifício pelo caminho mais curto.

Que caminho ela deverá escolher? Por quê?

O caminho C, pois é perpendicular ao edifício.

4 Observe a figura:

As mediatrizes dos segmentos $\overline{AE}$ e $\overline{OM}$ são, respectivamente, as retas:

a) $\overleftrightarrow{BL}$ e $\overleftrightarrow{NH}$ c) $\overleftrightarrow{DJ}$ e $\overleftrightarrow{NH}$

b) $\overleftrightarrow{CK}$ e $\overleftrightarrow{PF}$ d) $\overleftrightarrow{CK}$ e $\overleftrightarrow{NH}$

5 Na figura, a reta m é a mediatriz do segmento $\overline{BC}$. Qual é o valor de x ?

6 Na figura, M é ponto médio de $\overline{AB}$ e N é ponto médio de $\overline{BC}$.

Determine as seguintes medidas:

a) $\overline{AB}$ 7,6 m c) $\overline{BC}$ 9,2 m

b) $\overline{MN}$ 8,4 m d) $\overline{AC}$ 16,8 m

7 Se M é ponto médio de $\overline{AB}$, determine x nos casos:

a) $\overline{A} \quad 2x - 7 \quad \overline{M} \quad 13 \quad \overline{B}$ $x = 10$

b) $\overline{A} \quad 3x - 5 \quad \overline{M} \quad 2x + 3 \quad \overline{B}$ $x = 8$

c) $\overline{A} \quad x + 9 \quad \overline{M} \quad \overline{B}$ $x = 12$

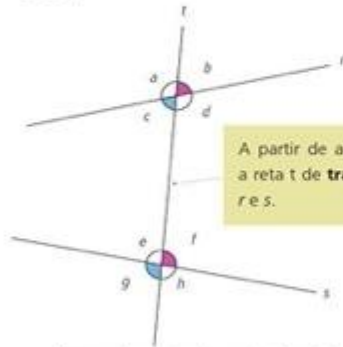
$\overbrace{\hspace{10em}}^{4x - 6}$

ANEXO C

Parte conceitual da página 169

Ângulos correspondentes

Traçamos as retas r e s e uma reta t concorrente a r e a s .



A partir de agora chamaremos a reta t de **transversal** às retas r e s .

Ficam determinados oito ângulos:

- Quatro ângulos internos: $\hat{c}$, $\hat{d}$, $\hat{e}$, $\hat{f}$.
- Quatro ângulos externos: $\hat{a}$, $\hat{b}$, $\hat{g}$, $\hat{h}$.

Os ângulos $\hat{b}$ e $\hat{f}$ são chamados **ângulos correspondentes** – estão do mesmo lado da transversal, um externo e o outro interno. Os ângulos $\hat{c}$ e $\hat{g}$ também são correspondentes, pois atendem a essas características.



Vamos combinar: usaremos $\hat{a}$ para indicar o ângulo e a para indicar a medida desse ângulo.

Há mais dois pares de ângulos correspondentes na figura. Identifique-os! $\hat{c}$ e $\hat{g}$, $\hat{d}$ e $\hat{h}$.

1. Seu caderno tem linhas paralelas. Aproveite-as para traçar duas retas paralelas. Corte-as com uma reta transversal. Você obteve uma figura semelhante à que fizemos ao lado.

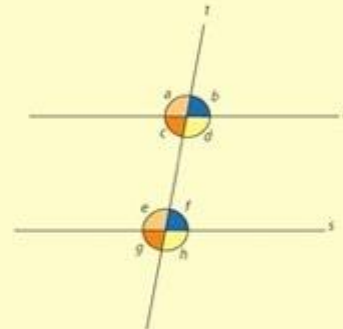
Com auxílio do transferidor, anote no caderno as medidas de cada par de ângulos correspondentes:

Na figura ao lado:

$\hat{a} = 100^\circ$	$\hat{c} = 80^\circ$	$\hat{b} = 80^\circ$	$\hat{d} = 100^\circ$
$\hat{e} = 100^\circ$	$\hat{g} = 80^\circ$	$\hat{f} = 80^\circ$	$\hat{h} = 100^\circ$

2. Os pares de ângulos correspondentes são congruentes? **Sim.**

3. Experimente traçar outras duas retas paralelas r e s cortadas por uma transversal. Os pares de ângulos correspondentes são congruentes? **Sim.**



Podemos denotar que r é paralela a s , assim: $r \parallel s$.

ANEXO D

Os exercícios de nº 8 ao 11 do livro didático da página 170,

EXERCÍCIOS

8. Observe a figura e responda.

Quais pares de ângulos são correspondentes?
 $1 \text{ e } 5$, $2 \text{ e } 6$, $3 \text{ e } 7$, $4 \text{ e } 8$

9. Observe duas retas paralelas cortadas por uma transversal e responda às questões.

a) Quantos ângulos elas formam? 8 ângulos
 b) Qual é a medida de cada ângulo indicado?
 c) Compare as medidas. O que você descobriu?
 d) Os ângulos opostos pelo vértice são congruentes?
 e) Os ângulos correspondentes são congruentes?

10. Se $r \parallel s$, determine a medida dos ângulos indicados pelas letras.

a) $r = 42^\circ$
 $s = 42^\circ$

b) $x = 70^\circ$
 $y = 110^\circ$

11. Quais devem ser os valores dos ângulos indicados por letras para que as retas r e s sejam paralelas?

a) $2x = 30^\circ$
 $3x = 20^\circ$

b) $x = 150^\circ$
 $y = 60^\circ$

APÊNDICES A

(TURMAS 7º E 8º) - Planos de Aulas e exemplos de atividades que poderão ser trabalhadas com Geoplano.

Plano de aula (1) Para três Aulas	
Unidade Escola:	Escola Municipal Henrique Talone Pinheiro
Turma:	7º Ano
Professor:	Pedro Pereira Lopes de Araújo
Assunto:	Ângulos e Retas.
Objetivo:	✓ Compreender as ideias de ângulo e identificar seus elementos. ✓ Reconhecer o grau como unidade de medida de ângulo. ✓ Medir ângulos utilizando o transferidor. Construir ângulos. ✓ Classificar ângulos em reto, raso, obtuso ou agudo. ✓ Identificar e calcular as medidas de ângulos complementares e de ângulos suplementares. ✓ Reconhecer ângulos opostos pelo vértice. ✓ Verificar relações por ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal, identificando ângulos correspondentes, ângulos alternos e ângulos colaterais.
Metodologia:	Aula Teórica/prática
Recursos Didáticos:	✓ Quadro ✓ Pincel ✓ Apagador ✓ Régua ✓ Transferidor ✓ Livro didático ✓ Papel quadriculado A4

	✓ Geoplano quadriculado (com ligas) ✓ Papel quadriculado
Descrição da Atividade:	1º momento: Na etapa 1, apresentaremos de forma teórica aos alunos, a definição e classificação de ângulos, posteriormente o que são ângulos congruentes, consecutivos e adjacentes, e consequentemente ângulos complementares e suplementares. Posteriormente abordaremos o assunto sobre retas, retas paralelas, retas concorrentes, ângulos opostos pelos vértices e retas paralelas cortadas por uma transversal, no quadro. Na etapa 2, a turma será dividida em grupos de três alunos, sendo no qual cada grupo receberá um geoplano quadricular com conjuntos de ligas de cores diferentes, para trabalhar com material manipulável, executando atividade será proposta, (Apêndice B). Os alunos de forma prática poderão conhecer e construir no geoplano utilizando os elásticos, que duas semirretas determinam dois ângulos, um em cada região. Que o ponto O das semirretas, denominado vértice do ângulo. Trabalharemos com mesmo material manipulável a classificação de ângulos, levando a turma classificá-los em ângulos raso, nulo e ângulo de uma volta, a construção de ângulos congruentes, ângulos consecutivos e ângulos adjacentes e com o auxílio do material manipulável geoplano a identificar os ângulos complementares e suplementares, posteriormente trabalharemos o assunto sobre retas paralelas, pediremos para que a turma construa no geoplano retas que não se cruzem, ou seja não possuam pontos em comum, indicada dessa forma $a \parallel b$. Da mesma forma a turma trabalhará no geoplano, que retas concorrentes são quando duas retas se cruzam formando entre si quatro ângulos. A turma aprenderá de forma prática no material manipulável, que dois ângulos opostos pelo vértice, quando os lados de um forem prolongamentos dos lados do outro,

	vice-versa e retas paralelas cortada por uma transversal. Atividade será finalizada com retas paralelas cortadas por uma transversal, tudo com atividades práticas mostradas no apêndice A. Na etapa 3, será aplicada uma avaliação composta de 10 questões.
Referências:	GIOVANNI JUNIOR, José Ruy; CASTRUCCI, Benedicto. A conquista da matemática 7º . 4. Ed. São Paulo: Fdt, 2018. 324p. https://mat.unb.br/lemat/wp-content/uploads/2015/12/09ATIVIDADES.pdf << acesso 10/05/2023>>.

Plano de aula (2) Para três Aulas	
Unidade Escola:	Escola Municipal Henrique Talone Pinheiro
Turma:	7º Ano
Professor:	Pedro Pereira Lopes de Araújo
Assunto:	Triângulos: construção condição de existência e soma das medidas dos ângulos internos.
Objetivo:	✓ Reconhecer a condição de existência do triângulo e resolver problemas envolvendo a condição de existência e quanto a medida dos lados. ✓ Reconhecer a rigidez de sua geometria.
Metodologia:	Aula Teórica/prática
Recursos Didáticos:	✓ Quadro ✓ Pincel ✓ Apagador ✓ Régua ✓ Transferidor ✓ Livro didático ✓ Papel quadriculado A4 ✓ Geoplano quadriculado (com ligas)

Descrição da Atividade:	1º momento: Na etapa 1, apresentaremos de forma teórica aos alunos, o conteúdo de construção condição de existência e soma das medidas dos ângulos internos de Triângulos. Na etapa 2, a turma será dividida em grupos de três alunos, no qual cada grupo receberá um Geoplano quadricular com um conjunto de ligas, para executar atividades propostas, no (Apêndice C) . Sendo que cada quadrado do Geoplano vale u^2 . Mostrando para os alunos que só é possível construir um triângulo se a medida do maior lado for menor que a soma das medidas dos outros dois lados. Atividade tem objetivo de que podemos saber se o triângulo existe antes mesmo de tentar construí-lo. A turma poderá verificar no Geoplano que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é igual 180° . Na etapa 3, será aplicada uma avaliação composta de 10 questões.
Referências:	GIOVANNI JUNIOR, José Ruy; CASTRUCCI, Benedicto. A conquista da matemática 7º . 4. Ed. São Paulo: Fdt, 2018. 324p. https://mat.unb.br/lema/wp-content/uploads/2015/12/09ATIVIDADES.pdf << acesso 10/05/2023>>.

Plano de aula (3) Para Três Aulas	
Unidade Escola:	Escola Municipal Henrique Talone Pinheiro
Turma:	8º Ano
Professor:	Pedro Pereira Lopes de Araújo
Assunto:	Triângulos: Elementos de um triângulo, Classificação de triângulos e Ângulos nos triângulos.
Objetivo:	✓ Identificar e representar triângulos.

	✓ Reconhecer e representar os elementos do triângulo: vértices, lados, ângulos internos. ✓ Classificar os triângulos quanto às medidas de seus lados e quanto às medidas de seus ângulos internos. ✓ Identificar o ponto de encontro desses elementos.
Metodologia:	Aula Teórica/prática
Recursos Didáticos:	✓ Quadro ✓ Pincel ✓ Apagador ✓ Régua ✓ Livro didático ✓ Papel quadriculado A4 ✓ Geoplano quadriculado ✓ Papel quadriculado
Descrição da Atividade:	1º momento: Na etapa 1, aula será com conceitos básicos que compõem um triângulo; vértices, lados ângulos internos e ângulos externos e mostramos suas classificações em relações a suas medidas de lados ou ângulos internos. Na etapa 2, dividiremos a turma em grupo de três alunos, no qual cada grupo receberá um Geoplano quadricular para executar atividades proposta, no (Apêndice D). Explorar o pré-conhecimento que os alunos já possuem de ângulos e por meio disso classificar triângulos como figuras que possuem três ângulos. Na etapa 3, será aplicada uma avaliação composta de 10 questões.
Referências:	GIOVANNI JUNIOR, José Ruy; CASTRUCCI, Benedicto. A conquista da matemática 8º. 4. Ed. São Paulo: Fdt, 2018. 324p. https://mat.unb.br/leamat/wp-content/uploads/2015/12/09ATIVIDADES.pdf << acesso 10/05/2023>>.

APÊNDICES B

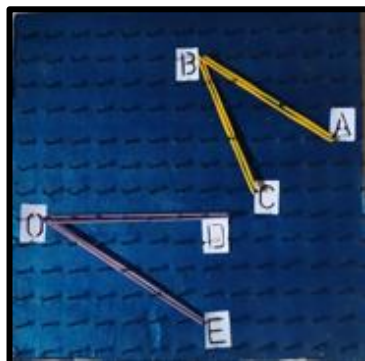
Atividade 1- Ângulos e Retas Plano de aula (1) 7º ano.

- 1) Reproduza no geoplano com auxílio do transferidor e ligue o desenho de ângulos, e depois identifique os vértices e lados do ângulo da figura.

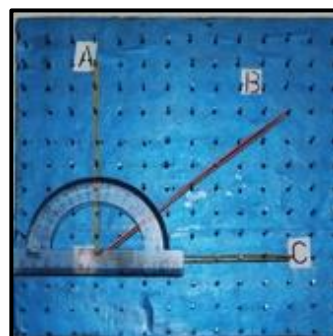


Solução: vértice: ponto *B*; lado *BA* e *BC*.

vértice: ponto *O*; lado *OD*, *OE*.



- 2) Reproduza no geoplano com auxílio do transferidor a seguinte figura mostrada no quadro branco, e depois identifiquei quantos e quais são os ângulos que aparecem nesta figura?

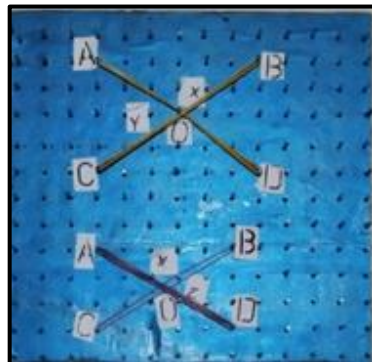


Solução: três ângulos; $A\hat{O}B$ 60° , $B\hat{O}C$ 30° , $A\hat{O}C$ 90° .

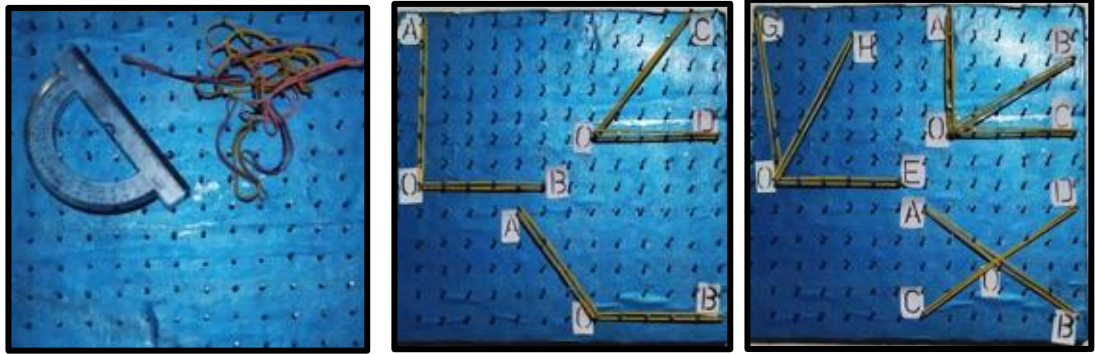
- 3) Construa no geoplano com auxílio do transferidor e ligas na malha de pontos da rede 12 x 12, os desenhos de ângulos suplementares e complementares.



Solução: $A\hat{O}B$ e $A\hat{O}C$ são suplementares: $x + y = 180^\circ$ e $A\hat{O}B$ e $B\hat{O}D$ são suplementares: $x + z = 180^\circ$.

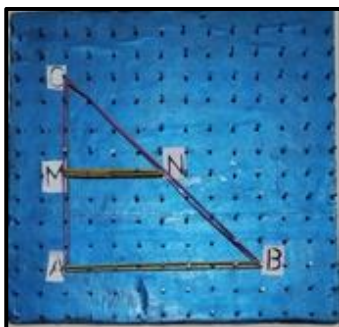


- 4) Construa no geoplano com auxílio do transferidor e ligas de cores diferentes e depois identifique as representações dos seguintes ângulos:
- I. reto;
 - II. agudo;
 - III. obtuso;
 - IV. consecutivos;
 - V. adjacentes;
 - VI. opostos pelo vértice.



Solução: ângulo reto; $\widehat{AOB}$, ângulo agudo; $\widehat{DOC}$, ângulo obtuso; $\widehat{AOB}$, ângulos consecutivos; $\widehat{AOB}$ e $\widehat{AOC}$, ângulos adjacentes; $\widehat{GOH}$ e $\widehat{HOE}$.

- 5) Represente a figura que está no quadro branco no geoplano de pontos da rede 12 x 12, responda.
- Quais dois segmentos que estão em retas paralelas?
 - Escreva um segmento que esteja contido em BC.
 - Escreva dois segmentos que tenham como extremidade comum o ponto A.

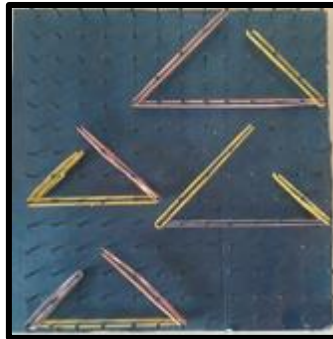


- Solução:** a) AB e MN.
 b) BN, BC ou CN.
 c) AB e AM ou AC e AB.

APÊNDICES C

Atividade 2 - Triângulos: construção condição de existência e soma das medidas dos ângulos internos, Plano de aula (2) 7º ano.

- 1) Verifique através do Geoplano quadricular com auxílio de uma régua se é possível construir um triângulo cujos lados medem:
 - a) 2cm, 3cm e 5cm
 - b) 3cm, 2cm e 6cm
 - c) 7cm, 4cm e 2cm



Solução: Não podemos construir.

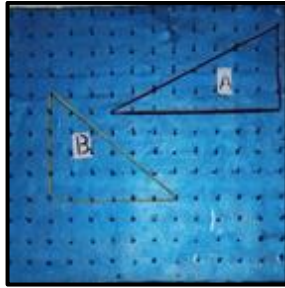
- 2) Quantos triângulos são possíveis construir com os vértices em pontos da rede 12 x 12 no Geoplano?



Solução: quatro

- 3) Represente no geoplano dois triângulos, e identifiquei o maior triângulo e qual deles tem o maior lado?

Solução: A

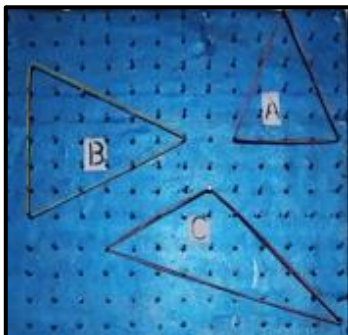


APÊNDICES D

Atividade 3 – Triângulos: Elementos de um triângulo, Classificação de triângulos e Ângulos no triângulo Plano de aula (3) 8º ano.

1) Represente no Geoplano quadricular:

- a) Triângulo equilátero
- b) Triângulo escaleno
- c) Triângulo isósceles



Solução: A – isósceles, B – equilátero, C- escaleno.

2) Representação e identificação de triângulos no Geoplano isométrico.

Solução: Retângulo: C e F, Acutângulo: A, E, G, H, Obtusângulo: B e D, Equilátero: E, Isóscele: A, G e H, Escaleno: B, C, D e F

