



**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO
TOCANTINS
CAMPUS PALMAS
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

LUCAS DA COSTA RIBEIRO

**A ABORDAGEM DO *MOBILE LEARNING* E METODOLOGIAS ATIVAS NO
ENSINO DE NÚMEROS COMPLEXOS**

**PALMAS - TO
2023**

LUCAS DA COSTA RIBEIRO

**A ABORDAGEM DO *MOBILE LEARNING* E METODOLOGIAS ATIVAS NO
ENSINO DE NÚMEROS COMPLEXOS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à
Coordenação do Curso de Licenciatura em
Matemática da Unidade *campus* Palmas, do
Instituto Federal do Tocantins, como exigência à
obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Ma. Antônia Lília Soares Pereira

PALMAS - TO
2023

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Bibliotecas do Instituto Federal do Tocantins

R484a Ribeiro, Lucas da Costa
 A ABORDAGEM DO MOBILE LEARNING E METODOLOGIAS
 ATIVAS NO ENSINO DE NÚMEROS COMPLEXOS / Lucas da Costa
 Ribeiro. – Palmas, TO, 2023.
 106 p. : il. color.

Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) –
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins,
Campus Palmas, Palmas, TO, 2023.

Orientadora: Ma. Antônia Lília Soares Pereira

1. Mobile Learning. 2. Ensino de Matemática. 3. Projeto de
Ensino. I. Pereira, Antônia Lília Soares. II. Título.

CDD 510

A reprodução total ou parcial, de qualquer forma ou por qualquer meio, deste documento é autorizada para fins
de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

**Elaborado pelo sistema de geração automática de ficha catalográfica do IFTO com os dados fornecidos
pelo(a) autor(a).**



Ministério da Educação
Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins
CAMPUS PALMAS
COORDENAÇÃO DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

**FOLHA DE APROVAÇÃO DE TRABALHO DE CONCLUSÃO
DE CURSO DE GRADUAÇÃO**

1. **TÍTULO:** A Abordagem do Mobile Learning e Metodologias Ativas no Ensino de Números Complexos.
2. **AUTOR:** LUCAS DA COSTA RIBEIRO
3. **ORIENTADOR:** Prof. Ma. Antônia Lilia Soares Pereira

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins, *campus* Palmas, como parte das exigências para a conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática.

Aprovado em 15/12/2023.

Prof. Ma. Antônia Lilia Soares Pereira
IFTO – Campus Palmas
Presidente/Orientadora

Prof. Dr. Weimar Silva Castilho
IFTO – Campus Palmas
Avaliador Interno

Prof. Dr. Fábio Soares Pereira
IFAC – Campus Palmas
Avaliador Externo



Documento assinado eletronicamente por **Antonia Lilia Soares Pereira, Servidora**, em 15/12/2023, às 15:08, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Weimar Silva Castilho, Servidor**, em 18/12/2023, às 18:01, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Fábio Soares Pereira, Usuário Externo**, em 19/12/2023, às 11:07, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site http://sei.iftto.edu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **2217882** e o código CRC **CA3BB09B**.

Quadra 310 Sul, Lo 5, s/n, esquina com a Avenida NS 10 - Plano Diretor Sul — CEP 77.021-090
Palmas/TO — (63) 3236-4000
portal.iftto.edu.br — reitoria@iftto.edu.br

Dedico este trabalho aos meus pais Francisca e Rondinelle, meus irmãos Rondinelle Filho, Agnália e Lara. Também aos meus avós Emboaba e Maria Aparecida. Dedico a minha família que me possibilitou continuar crescendo e realizando os meus sonhos.

AGRADECIMENTOS

FELICIDADE e GRATIDÃO são palavras que caracterizam os momentos incríveis e fundamentais ocorridos em cada etapa do Curso de Licenciatura em Matemática. Penso em vivenciar o que é proposto, o que se trata de possibilidades de fazer o novo e de extrair o conhecimento a partir das oportunidades.

Agradeço ao meu irmão Rondinelle pela mediação no processo de estudos ao longo dessa trajetória tão especial. A minha família, aos meus pais, aos meus irmãos e aos meus avós que me apoiaram em todos os percalços e desafios que tive ao longo do curso.

Agradeço ao meu Deus Jeová, que desde o início do Curso conto com a sua ajuda e que fez o possível para que tudo acontecesse de modo real e significativo, além de me proporcionar a vivência intensa de cada momento. Portanto, reforço a minha gratidão ao meu Deus Jeová por estar realizando o meu sonho de fazer uma faculdade, apesar de ter entrado no curso sem ter certeza de que era o que realmente eu queria.

Agradeço aos amigos que fiz durante o Curso de Licenciatura em Matemática. Com o decorrer do tempo no curso de Licenciatura em Matemática, me envolvi em fatores fundamentais para a prática da docência e pude ver os resultados dos planejamentos, o que me fez ter apreço pelo ato de transmitir conhecimento. Eventualmente é imprescindível chegar à finalização de uma graduação sem a ajuda dos amigos que fiz nessa caminhada em direção ao tão sonhado diploma.

Reforço o meu muitíssimo obrigado a todos os amigos que estiveram comigo, principalmente, do curso de Licenciatura em Matemática do IFTO, campus Palmas, da turma de 2019 como a Renata, o Francisco Filipe, o Adriano, a Stefany Cristina, o Marco Antônio e outros mais. São amigos que o IFTO e o curso de Licenciatura em Matemática me proporcionaram a ter.

Em especial, agradeço à professora de Matemática Antônio Lília, pelo seu desempenho e comprometimento em me orientar, uma relação de aluno e professor que resultou em uma amizade maravilhosa. Tive o privilégio de fazer parte de projetos coordenados por ela e que oportunizaram a produção de trabalhos científicos. Neste parâmetro, contei com diversos momentos que propiciou a aprendizagem a base de

ensinar do início ao fim a escrita de obras em favor da concretização de pesquisas fundamentais à educação.

Posso afirmar que a professora Antônia foi uma pessoa que me motivou a apreciar a escrita científica, inclusive, a sonhar em me aperfeiçoar profissionalmente por meio de um tão sonhado mestrado, além de ser um professor que procura inovar em suas aulas. A partir do contato com a Antônia Lília, em suas aulas observei e aprendi que o ensino da matemática pode ser prazeroso e divertido, tudo depende de como é transmitido. Através das metodologias ativas executadas sob o uso de tecnologias e planejamento das aulas, notei que como futuro professor e profissional posso diversificar quanto à abordagem das metodologias de ensino de Matemática.

Agradeço aos professores do Curso de Licenciatura em Matemática do IFTO, Campus Palmas, por me fazer compreender que a Matemática, assim como todas as outras áreas do conhecimento exigem uma aprendizagem significativa por meio da prática em conformidade com a teoria. Além disso, a cada período do curso contei com o auxílio de muitos professores de prestígio, mestres e doutores com especializações em diferentes áreas da matemática, experiências incríveis e a aprendizagem de ricos conhecimentos.

Agradeço ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins, Campus Palmas por proporcionar recursos e condições favoráveis para minha formação e desenvolvimento acadêmico por meio do curso de graduação. Em especial, agradeço ao Programa Residência Pedagógica que fez parte da minha formação acadêmica enquanto estudante de Licenciatura em Matemática. O programa propiciou diversas oportunidades e ricas experiências na prática docente, ações que contribuíram com o desenvolvimento de competências e o aprimoramento de habilidades sob um olhar científico e pedagógico.

“A comunicação acontece em várias direções, sem hierarquia, são modelos mais propensos a estimular a aprendizagem, se a concepção de aprendizagem estiver ancorada na noção de que o aluno também é agente de sua própria aprendizagem”.

Marcelo Carvalho Borba

MEMORIAL

Me chamo Lucas da Costa Ribeiro, atualmente tenho 26 anos e resido em Palmas, capital do Tocantins. Sou filho de trabalhadores que acreditam em possibilidades e apostam em sonhos para transformá-las em oportunidades reais. A ação prática é o primeiro passo para futuras conquistas e ter pessoas que compõem e agregam dessa forma é um privilégio memorável.

Meus pais me inspiram por sua humildade, respeito, empatia e sinceridade, sou imensamente grato a eles.



Vivi a maior parte da minha vida na fazenda, na cidade de Gurupi, no Tocantins. Fui criado ouvindo músicas no rádio dos meus pais e avós, com reuniões com os membros da família no almoço de domingo. Ouvia histórias e experiências contadas pelos mais velhos, trabalhava na fazenda e acordava cedo para o típico lanche feito pela mãe e pelo pai (momento em que todos estavam sentados ao redor da mesa conversando), a tradição era comer o cuscuz com queijo e café.

A palavra que melhor define a minha família é “UNIÃO”. Sempre houve uma disposição coletiva, como a construção de uma tirolesa por cima da represa (fui o primeiro a testar), além dos nossos encontros que tinha sempre alguém fazendo ou testando alguma receita nova (a especialização da família é a produção do pastel). O melhor momento desses encontros é a diversão em conjunto, momentos simples que se tornam memoráveis e gratificantes, onde tudo vira uma festa.

Estudei os Anos Iniciais do Ensino Fundamental na escola rural Arthur Bezerra no município de Dueré, no período vespertino juntamente com meus dois irmãos. Lembro-me de um único professor para o ensino das quatro séries iniciais e uma única sala de aula. Nós íamos para a instituição todos os dias no transporte escolar (van), eram 50 km para chegar até a escola, chegávamos à noite em casa.

Ao longo da minha trajetória estudantil passei por escolas públicas com estruturas precárias e materiais didáticos defasados, mas sempre observei o desempenho e os esforços dos professores em proporcionar momentos diversificados e criativos nas aulas. Concluí o Ensino Fundamental e Médio em escolas públicas

localizadas na cidade de Gurupi. A escola tinha uma distância aproximada de 22 km da cidade até na fazenda. Este período foi muito importante, momento em que a convivência contribuiu para o meu crescimento pessoal.

Durante o meu percurso escolar, presenciei diversas situações negativas quanto ao tratamento dos professores, inclusive quanto ao desrespeito e ao sofrimento. Por esse motivo, eu falava que nunca iria exercer a profissão docente, porém o meu irmão desde o início almejou ser professor e cursar a Licenciatura em Matemática, confesso que não entendia a vontade dele.

Então, o meu irmão passou na prova do vestibular para o curso de Licenciatura em Matemática no Instituto Federal do Tocantins (IFTO), *Campus* Palmas e depois de uma semana vim para visitá-lo e passar alguns dias com ele. Depois de uma semana comecei a trabalhar como garçom em um restaurante, então decidi ficar residindo em Palmas, continuei estudando e prestando vestibulares por dois anos.

No ano de 2018, fui aprovado para o curso de Licenciatura em Matemática no IFTO, Campus Palmas, comecei o curso em 2019. Desde então, permito-me participar e vivenciar experiências novas, por meio do Curso de Licenciatura em Matemática. Orgulho-me dos eventos dos quais participei, das publicações e apresentações de trabalhos científicos em congressos nacionais e internacionais, programas educacionais e estágios.

Dentre os trabalhos desenvolvidos no IFTO, destaco o projeto de ensino intitulado “Números Complexos: *Microlearning* para uma aprendizagem significativa”, aprovado pelo Edital N° 76/2021/REI/IFTO, de outubro de 2021, relacionado a Seleção Complementar de Projetos de Ensino no Âmbito do Instituto Federal do Tocantins a Serem Contemplados com Apoio Financeiro Institucional (Anexo A). Participar como aluno monitor (Anexo B e Anexo C) deste projeto me permitiu vivenciar ricas experiências construtivas com os alunos do 3° ano do Curso Técnico em Eletrotécnica Integrado ao Ensino Médio.

Destaco a minha participação no projeto de ensino e extensão “Geometria Dinâmica” aprovado conforme o Edital N° 19/2022/PAL/REI/IFTO, de 14 de abril de 2022 que tratou da Seleção de Projetos de Ensino no Âmbito do Instituto Federal do Tocantins a Serem Contemplados com Apoio Financeiro Institucional. A proposta contemplou os alunos dos 2° anos dos Cursos Técnicos em Administração,

Eletrotécnica, Informática e Mecatrônica Integrado ao Ensino Médio do IFTO, campus Palmas. O projeto foi realizado no período de 11 de abril a 11 de julho de 2022.

Enfatizo a minha participação no I Congresso Nacional On-line de Licenciaturas e Pesquisas Acadêmicas (CONLINPS), realizado durante o período de 20 a 23 de junho de 2022. Nesse evento, foi apresentado (Anexo E) e publicado (Anexo D) o resumo “A Abordagem do *Microlearning* e da Aprendizagem Baseada em Problemas no Ensino de Números Complexos” em anais na Revista Multidisciplinar de Educação e Meio Ambiente (Anexo F).

Também publicamos, eu e a minha orientadora, um capítulo de livro intitulado “Geometria Dinâmica: uma Proposta Educacional com o uso de Aplicativos Móveis e de Jogos Digitais” no livro Ciências Exatas e da Terra: Conexões e Saberes da Editora Ducere em 2022 (Anexo M). Outra ocasião, participei (Anexo J) do II Congresso Internacional Movimentos Docentes (CMD/2022) e do Colóquio FORPIBID-RP, realizado entre 14 e 15 de outubro de 2022 pelo Observatório de Educação e Sustentabilidade da UNIFESP. Nesse evento, o resumo “Geometria Dinâmica: Relato de uma Experiência Pedagógica” escrito por mim e pela professora Antônia Lília Soares Pereira foi publicado em anais do evento (Anexo K e Anexo L).

Além disso, ressalto a produção do artigo “*Mobile Learning* e Metodologias Ativas no Ensino de Números Complexos na Educação Profissional e Tecnológica”, publicado no dia 31 de agosto de 2023 na Revista Eletrônica da Matemática (REMAT). E, ainda a minha participação no X Congresso Internacional das Licenciaturas (COINTER), que ocorreu no período de 29, 30 de novembro a 01 de dezembro de 2023, no Hotel Kastel Manibu localizado na capital de Recife, no Estado de Pernambuco.

O trabalho que apresentei no COINTER intitula-se: “*Project Based Learning*: um Relato de Experiência Pedagógica de um Professor de Matemática em Formação Inicial” (Anexo I). O estudo foi aprovado na modalidade de Relato de Experiência, categoria resumo expandido (Anexo G) e foi publicado em Anais do Evento promovido pelo Instituto Internacional Despertando Vocações (IIDV) (Anexo H).

Com minha participação no Programa Residência Pedagógica e o desenvolvimento dos trabalhos acadêmicos mencionados acima, me motivou a ter apresso pelo uso de metodologias ativas correlacionadas com a utilização de *softwares* e jogos digitais para o ensino da matemática. Com base nesta perspectiva

comecei a pensar numa temática para meu Trabalho de Conclusão de Curso (TCC), a vivência em projetos educacionais me proporcionou a construir este trabalho.

Para futuros projetos, pretendo exercer a profissão de professor de matemática, mas também almejo entrar em um mestrado para um programa de pós-graduação na área de ensino. Desse modo, a proposta do projeto para entrar no mestrado será baseada nas metodologias de ensino e seus impactos para a aprendizagem matemática.

No decorrer do Curso de Licenciatura em Matemática pude compreender que cada professor tem sua forma de ser e de trabalhar em sala de aula, que a sala de aula é um campo aberto para que o licenciando possa exercer a sua função como professor. Porém, muitas indagações surgem no caminho a ser trilhado, como por exemplo: *“Que tipo de profissional vou ser?”* ou *“Como professor serei compreensivo e empático diante das situações vivenciadas em sala de aula sob o olhar de aluno a qual eu fui um dia?”*

Com as experiências que vivenciei almejo ser um profissional que enxerga o estudante além da pessoa física que ele é. Anseio por ser um professor que realiza uma análise de fatores significativos da vida do aluno fora do âmbito escolar. Quero ter ações efetivas e não ser aquele profissional que “fecha os olhos” para as soluções dos problemas, simplesmente pretendo ser mais humano e me importar com a realidade dos alunos.

A minha maior inspiração para tornar-me professor foi a minha vivência com uma professora que eu amava. As ações da professora em sala de aula me vislumbravam, ela estava sempre bem-humorada. E, no IFTO conheci vários outros profissionais que transformaram a minha vida e a minha maneira de pensar. Sou grato por tudo pelo qual vivi e vivo nesse processo de formação e trajetória de um estudante ou construção de um profissional em formação, este percurso me fez perceber que posso enxergar sempre o melhor das pessoas e das oportunidades.

Em favor deste pensamento, ousou falar que minha referência consiste em profissionais da educação que realizam incríveis trabalhos baseados no ato de explorar talentos sob propostas envolvendo a diversificação de metodologias ativas. Sendo assim, faço menção a professora Andreia Mendes do estágio que acompanhei no Colégio Marista Palmas e a professora Antônio Lília minha orientadora e amiga, obrigado por me mostrarem o lado divertido e prazeroso de ser professor.

RESUMO

Este Trabalho de Conclusão de Curso apresenta um relato sobre a investigação e a prática pedagógica de um professor em formação inicial no projeto de ensino “Números Complexos: *Microlearning* para uma aprendizagem significativa”. O projeto envolveu dezessete estudantes do 3º ano do Curso Técnico em Eletrotécnica Integrado ao Ensino Médio do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins e foi realizado durante os meses de outubro a dezembro de 2021. Este estudo consiste em responder o seguinte questionamento: De que modo estudantes do Ensino Técnico Integrado ao Ensino Médio mobilizam uma aprendizagem significativa sobre Números Complexos ao utilizarem o *mobile learning* por meio de metodologias ativas? O objetivo deste estudo consiste em compreender a aprendizagem de jovens estudantes mobilizada pelo uso de dispositivos móveis que envolvem a temática Números Complexos, mediante a utilização de metodologias ativas. Este estudo é de cariz qualitativo, de cunho analítico-descritivo, que destaca o uso de ferramentas tecnológicas educacionais com a finalidade de oferecer uma aprendizagem em Matemática por meio de jogos, *apps* e plataformas virtuais. Como resultados deste estudo, ressaltam-se: o uso de *apps* foi um método que possibilitou a visualização dinâmica dos procedimentos matemáticos, além disso, o *mobile learning* e as metodologias ativas refletem a necessidade do aluno em tornar-se protagonista da sua própria aprendizagem. Conclui-se que, para além de uma formação integral e emancipação humana do estudante, a proposta pedagógica viabilizou um processo teórico-prático a partir de um viés colaborativo quanto ao ensino de matemática na Educação Profissional e Tecnológica.

Palavras-chave: Ensino de Matemática; Metodologias Ativas; *Mobile Learning*; Números Complexos; Projeto de Ensino

ABSTRACT

This Course Conclusion Paper presents an account of the research and pedagogical practice a teacher in initial training in the teaching project “Complex Numbers: Microlearning for meaningful learning”. The project involved seventeen students from the 3rd year of the Technical Course in Integrated High School Electro-technical of the Federal Institute of Education, Science, and Technology of Tocantins and it was carried out from October to December 2021. This study consists in answering the following question: How do students at Integrated Technical High School mobilize meaningful learning about Complex Numbers when using mobile learning through active methodologies? This study aims to understand the learning of Young students using mobile devices involving the theme of Complex Numbers, through the use of active methodologies. This is a qualitative, analytical-descriptive study, which highlights the use of educational technology tools to provide learning in Mathematics through games, apps, and virtual platforms. The results of this study are: the use of apps was a method that allowed the dynamic visualization of mathematical procedures, and mobile learning and active methodologies reflect the need for the student to become the protagonist of his learning. It is concluded that, in addition to comprehensive training and human emancipation of the student, the pedagogical proposal enabled a theoretical and practical process from a collaborative perspective regarding the teaching of mathematics in Vocational and Technological Education.

Keywords: Mathematics Teaching; Active Methodologies; Mobile Learning; Complex Numbers; Teaching Project.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	– <i>Rafael Bombelli</i>	38
Figura 2	– <i>August Ferdinand Möbius</i>	38
Figura 3	– Representação da Translação	40
Figura 4	– Representação do movimento de Rotação	41
Figura 5	– Representação da Transformação de Dilatação ou Contração	42
Figura 6	– <i>Jean-Robert Argand</i> e <i>Carl Friedrich Gauss</i>	43
Figura 7	– Plano de <i>Argand-Gauss</i>	44
Figura 8	– Forma Algébrica	47
Figura 9	– Potência de i	48
Figura 10	– Representação do Módulo de um Número Complexo	49
Figura 11	– Módulo de $Z = 4 + 4i$	50
Figura 12	– Representação do Argumento de um Número Complexo	50
Figura 13	– Argumento de 60°	52
Figura 14	– Representação de Conjugado de um Número Complexo	52
Figura 15	– Representação $\bar{z} = 4 - 5i$	53
Figura 16	– Representação Trigonométrica de Z	58
Figura 17	– Circulo Trigonométrico: Quadrante e Sinal de seno e Cosseno	60
Figura 18	– Representação Conjuntos Numéricos	62
Figura 19	– <i>Niccoló Fontana Tartaglia</i>	63
Figura 20	– <i>Girolamo Cardano</i>	63
Figura 21	– <i>Leonhard Paul Euler</i>	64
Figura 22	– Representação da Fórmula de <i>Euler</i>	65
Figura 23	– Representação $z = 2 \left(\cos \frac{\pi}{6} + \operatorname{sen} \frac{\pi}{6} i \right)$	68
Figura 24	– Representação $z = 2 \left(\cos \frac{5\pi}{6} + \operatorname{sen} \frac{5\pi}{6} i \right)$	69
Figura 25	– Representação $z = \left(\cos \frac{11\pi}{6} + \operatorname{sen} \frac{11\pi}{6} i \right)$	70
Figura 26	– Representação $z = 2 \left(\cos \frac{7\pi}{6} + \operatorname{sen} \frac{7\pi}{6} i \right)$	71
Figura 27	– <i>René Descartes</i>	72
Figura 27	– <i>Isaac Newton</i>	73
Figura 28	– <i>Hermann Hankel</i>	73

Figura 29 – <i>Abraham de Moivre</i>	75
Figura 30 – Abordagem da ABP na resolução de um problema sobre Circuitos Elétricos	81
Figura 31 – Representação de coordenadas no plano de Argand-Gauss no <i>app</i> Calculadora Gráfica GeoGebra	82
Figura 32 – Layout do jogo <i>Kahoot!</i>	83

LISTA DE QUADROS

Quadro 1	– Ferramentas utilizadas durante a execução do projeto de ensino	28
Quadro 2	– Plano Pedagógico do Projeto de Ensino	32
Quadro 3	– Planejamento das Aulas	34
Quadro 4	– Questões Propostas no Jogo <i>Kahoot!</i>	44
Quadro 5	– Questões propostas no <i>Google Forms</i>	56
Quadro 6	– Análise da Aprendizagem da Atividade de Números Complexos	57
Quadro 7	– Ângulos Notáveis	59

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	21
2 A IMPORTÂNCIA DA ABORDAGEM DO MOBILE LEARNING E DAS METODOLOGIAS ATIVAS NO ENSINO DE MATEMÁTICA	23
3 METODOLOGIA	27
4 RELATO DE EXPERIÊNCIA PEDAGÓGICA	37
4.1 Descrição do Primeiro Encontro	37
4.1.1 História dos Números Complexos	37
4.1.2 Transformações Elementares em $\mathbb{C}$	39
4.1.3 Transformação de Möbius	42
4.1.4 Plano de Argand-Gauss	43
4.2 Descrição do Segundo Encontro	44
4.3 Descrição do Terceiro Encontro	47
4.3.1 Forma Algébrica	47
4.3.2 Potências da Unidade Imaginária	48
4.3.3 Módulo	49
4.3.4 Argumento	50
4.3.5 Conjugado de um Número Complexo	52
4.3.6 Adição de um Número Complexo	53
4.3.7 Subtração de um Número Complexo	54
4.3.8 Multiplicação de um Número Complexo	55
4.4 Descrição do Quarto Encontro	56
4.4.1 Escala Likert	57
4.5 Descrição do Quinto Encontro	58
4.5.1 Formas Trigonométricas e Geométricas dos Números Complexos	58
4.5.2 Conjunto dos Números Complexos	62
4.5.3 História dos Números Complexos	63
4.5.4 Fórmula de <i>Euler</i>	65
4.6 Descrição do Sexto Encontro	66
4.7 Descrição do Sétimo Encontro	72
4.8 Descrição do Oitavo Encontro	74
4.8.1 História dos Números Complexos na Potenciação	74

4.8.2 Potenciação dos Números Complexos	75
4.8.3 Primeira Fórmula de <i>Moivre</i>	76
4.9 Descrição do Nono Encontro	77
4.9.1 Radiciação dos Números Complexos	77
4.9.2 Segunda Fórmula de <i>Moivre</i>	78
5 RESULTADOS E DISCUSSÃO	80
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS	85
REFERÊNCIAS	87
ANEXO A – HOMOLOGAÇÃO DO PROJETO DE ENSINO	90
ANEXO B – CERTIFICADO: MONITOR DO PROJETO DE ENSINO	92
ANEXO C – CERTIFICADO: COLABORADOR DO PROJETO DE ENSINO	93
ANEXO D – CERTIFICADO: PUBLICAÇÃO DO RESUMO NA CONLINPS	94
ANEXO E - CERTIFICADO: APRESENTAÇÃO ORAL NA CONLINPS	95
ANEXO F - RESUMO: A ABORDAGEM DO MICROLEARNING E DA APRENDIZAGEM BASEADA EM PROBLEMAS NO ENSINO DE NÚMEROS COMPLEXOS	96
ANEXO G - CARTA DE ACEITE PARA COINTER PDVL 2023	97
ANEXO H - CERTIFICADO: APRESENTAÇÃO E PUBLICAÇÃO DO RELATO DE EXPERIÊNCIA (RESUMO) NO COINTER PDVL 2023	98
ANEXO I - RELATO DE EXPERIÊNCIA "PROJECT BASED LEARNING: UM RELATO DE EXPERIÊNCIA PEDAGÓGICA DE UM PROFESSOR EM FORMAÇÃO INICIAL"	99
ANEXO J - CERTIFICADO: PARTICIPAÇÃO NO CONGRESSO INTERNACIONAL MOVIMENTOS DOCENTES	103
ANEXO K - CARTA DE ACEITE EM APROVAÇÃO DE APRESENTAÇÃO E PUBLUCAÇÃO DO RESUMO NO CONGRESSO	104
ANEXO L - RESUMO: GEOMETRIA DINÂMICA: RELATO DE UMA EXPERIÊNCIA PEDAGÓGICA	105
ANEXO M - CONFIRMAÇÃO DE SUBMISSÃO PARA UM CAPITULO DE LIVRO	106

1 INTRODUÇÃO

Este estudo apresenta uma experiência pedagógica de uma professora formadora e de um professor em formação inicial do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins (IFTO), *Campus* Palmas. Esta investigação foi desenvolvida a partir de um projeto de ensino intitulado “Números Complexos: *Microlearning* para uma aprendizagem significativa”, aprovado pela Pró-Reitoria de Ensino do IFTO e contemplado com apoio financeiro institucional.

A atividade contemplou os estudantes de uma turma do Curso Técnico em Eletrotécnica Integrado ao Ensino Médio (E.M.I.) do IFTO, *Campus* Palmas, e foi planejada para execução no formato on-line, de acordo com o Ensino Remoto Emergencial, em decorrência do isolamento social provocado pela pandemia de Covid-19.

O eixo temático abordado nessa experiência abrange inovações disruptivas nas novas formas metodológicas de ensinar Matemática, e, nessa conjuntura, a temática “Números Complexos” pôs-se em destaque para o movimento de ensino-aprendizagem no cenário educativo, envolvido pelas inúmeras possibilidades de produção e viabilidade técnico-científica. Contudo, cumpre ressaltar que as competências e habilidades referentes aos Números Complexos não são explanadas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018), todavia, esse aprofundamento temático fora amparado pelo currículo do curso em questão e emergiu das relações estabelecidas entre os Números Complexos e suas conjunções com as diversas áreas de estudo da Matemática.

As ações desenvolvidas nessa pesquisa pretenderam possibilitar a recuperação de conteúdos por meio da integração do currículo da Matemática com a Área Técnica para a aprendizagem significativa dos estudantes da Educação Profissional e Tecnológica, bem como aperfeiçoar o conhecimento técnico-científico na área de Ciências Exatas, abrangendo o uso de ferramentas didático-tecnológicas, de metodologias ativas e do *mobile learning* para um ensino-aprendizagem eficiente e de qualidade.

O eixo temático “Números Complexos”, tratado nessa pesquisa, compreende possibilidades pedagógicas integradoras, as quais proporcionaram uma aprendizagem significativa (MOREIRA, 2011) de docentes e estudantes envolvidos

na ação pedagógica. As práticas pedagógicas realizadas durante o desenvolvimento do projeto consistiram no uso do *mobile learning* ou aprendizagem móvel, do *Microlearning* (BUCHEM; HAMELMANN, 2010; JOMAH *et al.*, 2016), e de metodologias ativas, como a Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) ou *Problem Based Learning* (MAGALHÃES; PEREIRA, 2019) e a Aprendizagem Baseada em Projetos ou *Project Based Learning* (PBL) (MORÁN, 2015), nas aulas de Matemática.

Propagar as experiências vividas pelos professores e alunos contemplados por essa pesquisa se faz essencial para uma transformação da prática docente. Nesse contexto, destacam-se progressos na qualidade educacional, observando a integração dos indivíduos envolvidos nas ações didáticas, e a relevância do eixo temático, no qual integra o currículo da área técnica e possibilita assistência a professores e estudantes diante dos complexos problemas procedentes do ensino-aprendizagem da Matemática. A pesquisa também permite vislumbrar a importância de um espaço educacional para a regeneração de saberes que não foram instigados durante o isolamento social.

Desse modo, esse estudo procura responder a seguinte questão: De que modo os estudantes do Ensino Técnico Integrado ao Ensino Médio mobilizam uma aprendizagem significativa sobre Números Complexos ao utilizarem *mobile learning* por meio de metodologias ativas? Para responder essa questão de investigação, essa pesquisa tem como objetivo: compreender a aprendizagem de jovens estudantes mobilizada pelo uso de dispositivos móveis que envolvem a temática Números Complexos mediante a utilização de metodologias ativas.

A estrutura desse artigo está organizada da seguinte maneira: Introdução, Fundamentação Teórica (A Importância da Abordagem do *Mobile Learning* e das Metodologias Ativas no Ensino de Matemática), Metodologia, Resultados e discussões e Considerações finais.

2 A IMPORTÂNCIA DA ABORDAGEM DO *MOBILE LEARNING* E DAS METODOLOGIAS ATIVAS NO ENSINO DE MATEMÁTICA

As metodologias ativas são estratégias pedagógicas para a consolidação da aprendizagem. Os métodos educacionais ativos abrangem o ensino por investigação, a aprendizagem por descoberta, significativa, colaborativa e a resolução de problemas com “[...] estratégias de ensino centradas na participação efetiva dos estudantes e na construção do processo de aprendizagem” (BACICH; MORAN, 2018, p. 4).

Dessa forma, prioriza-se uma educação de qualidade centrada no desenvolvimento de competências, habilidades, autonomia, confiança e no engajamento dos estudantes no papel de protagonistas das soluções para os problemas levantados. Nesse sentido, as metodologias ativas permitem que “[...] os estudantes construam estruturas de assimilação e acomodem o novo conhecimento na sua estrutura cognitiva, pois todas as atividades preveem a participação ativa do estudante” (FELTES; PUHL, 2017, p. 155).

Vale ressaltar que propostas de ensino com abordagens pautadas em metodologias ativas têm como fundamento o despertar da autoaprendizagem, reflexão, problematização da realidade, do trabalho em equipe, autoestudo e da autorregulação do estudante. Desse modo, o professor assume a função de mediador, facilitador e provocador da construção do conhecimento matemático do estudante, e este volta-se para o centro do processo educativo (MORÁN, 2015; DIESEL; BALDEZ; MARTINS, 2017).

Nessa conjuntura, o objetivo da metodologia ativa concretiza-se quando “o aprendizado se dá a partir de problemas e situações reais” (MORÁN, 2015, p. 19). A abordagem feita em sala de aula com a ABP tende a ser um reforço para a aprendizagem dos alunos de forma a contribuir para a formação integral do estudante. Além disso, “[...] permite aos estudantes a gestão de soluções criativas para os problemas do cotidiano, inclusive no contexto escolar, bem como a prática de pesquisa e inovação” (PERES; PEREIRA; MAGALHÃES, 2019, p. 7). Nesse sentido, a ABP “pode ser definida pela utilização de projetos autênticos e realistas baseados em uma questão, tarefa, ou problema altamente motivador e envolvente, para ensinar conteúdos acadêmicos aos alunos no contexto do trabalho cooperativo para a resolução de problemas” (BENDER, 2014, p.15).

O uso da ABP visou possibilitar aos estudantes o engajamento, isto é, tornarem-se protagonistas das soluções para os problemas levantados (MAGALHÃES; PEREIRA, 2019). Na abordagem metodológica, consideraram-se os conteúdos mínimos, sem limitação aos conteúdos máximos, o que permitiu, inclusive, o *microlearning*, de forma a facilitar a aprendizagem por meio de atividades que possam ser facilmente integradas, para que os estudantes sempre estejam atualizados de forma ativa e dinâmica (BUCHEM; HAMELMANN, 2010).

Nesse contexto, o *Project Based Learning* (PBL) possibilitou um aprendizado associado às ideias dos estudantes. Baseou-se no fato de que as atividades de aprendizagem devem ser desenvolvidas a partir de um alvo comum e compartilhado (MAGALHÃES; PEREIRA, 2019). Desse modo, a prática pedagógica faz com que o estudante tenha um envolvimento e uma determinação maior na situação que envolve a sua própria realidade (MORÁN, 2015).

O PBL é uma metodologia direcionada para a obtenção do conhecimento a partir da resolução de questões direcionadas, com a finalidade de habilitar estudantes para resolver situações do mundo real. Portanto, a ideia central dessa abordagem é proporcionar uma aprendizagem de forma dinâmica e concomitante. A PBL é uma modalidade

[...] que se fundamenta no uso contextualizado de uma situação problema para o aprendizado autodirigido. Ela se destaca por possibilitar a construção do saber significativo, pois os alunos identificam o que precisam saber, investigam, trabalham em grupo ensinando uns aos outros e aplicam os novos conhecimentos. O desenvolvimento de habilidades e atitudes na busca de uma solução do problema são mais relevantes que a própria solução (SOUSA *et al.*, 2019, p. 8).

Desse modo, compreende-se que o *Microlearning*, sob a perspectiva de um microconteúdo ou microaprendizagem, é um método de ensino que é dosado em pequenas ações educativas. Nessa abordagem, usam-se as ferramentas e/ou as plataformas educacionais para inserir, no universo da hipermídia, atividades de curta duração, integradas nas rotinas cotidianas dos estudantes por meio da interação social (JOMAH *et al.*, 2016).

Nesse aspecto, a prática do *Microlearning* fornece uma solução viável para os padrões multitarefas orientados à aprendizagem, visto que organiza o conteúdo particionado, ou seja, em quantidade reduzida, conforme o aprendizado do aluno. Stocker (2018) apresenta o *microlearning* como uma metodologia de ensino em que

se pode utilizar vídeos curtos, postagens de imagens, figuras, áudios e materiais de estudo nas redes sociais, e-mails, infográficos, aplicativos e jogos.

Dessa forma, entende-se que o *mobile learning* é considerado um modelo flexível para a aprendizagem que se caracteriza de forma eficiente para desenvolver novos métodos de ensino a partir de diferentes ambientes e tecnologias. E, ainda, “[...] a aprendizagem móvel não envolve apenas o uso de dispositivos móveis, mas também a capacidade de aprender em contextos diferentes (além da sala de aula, por exemplo) por meio de interações interligadas com pessoas, conteúdo e dispositivos” (BORBA *et al.*, 2016, p. 592).

A aprendizagem dos conceitos matemáticos pode ser feita de forma favorável à rotina diária do estudante. O dispositivo móvel é acessível no campo de utilidade para o processo ensino-aprendizagem pelo fato da familiaridade, mobilidade, portabilidade, dos aspectos cognitivos e da conectividade, isto é, por apresentar diversos recursos disponíveis por uma tecnologia *mobile*. Sob esse aspecto, Borba *et al.* (2016, p. 607) destacam que “outras tecnologias como papel e lápis, bem como *software* de computador são também aceitos neste coletivo, mas na maior parte, a geração atual em escolas e universidades não vê o mundo sem tecnologia móvel”.

Além disso, o uso do *mobile learning* pode propiciar a consolidação do pensamento matemático a partir da aprendizagem ubíqua⁵. A utilização de aplicativos móveis e jogos digitais no ensino de matemática proporciona aulas mais atrativas, pois a interação do aluno com o *smartphone* faz com que a aprendizagem dos conceitos e a realização das atividades aconteçam de forma eficaz e eficiente (BRASIL, 2018; SILVA; OLIVEIRA, 2018; PINHEIRO; SERUFFO; PIRES, 2019).

Na abordagem do *mobile learning*, utilizam-se os aplicativos móveis e jogos digitais, de modo que o estudante tenha acesso às informações, à comunicação e à interação que proporcionam a construção do conhecimento, pois

Os jogos digitais são um dos recursos mais utilizados para realizar a interação entre os estudantes e o objeto de aprendizado. Pois estes estão no cotidiano dos mesmos como forma de entretenimento e recreação e podem ser utilizados como fator motivacional, criando uma ponte entre atividades lúdicas e conteúdos formais, favorecendo assim, o processo de aprendizagem (SANTANA; FORTES; PORTO, 2016, p. 226).

Por fim, reitera-se que a integração do uso da tecnologia à educação no desenvolvimento da aprendizagem permite um processo construtivo da capacidade

física, intelectual e moral do ser humano. Assim, o uso das metodologias ativas, jogos, aplicativos, plataformas digitais e adaptativas no aprendizado de matemática podem favorecer o engajamento e a formação integral do estudante, pois os aprendentes passam a ser sujeitos ativos, protagonistas e crítico-reflexivos.

3 METODOLOGIA

A abordagem deste trabalho é de cariz qualitativo, cuja finalidade é analisar e coletar evidências baseadas em dados verbais e visuais de natureza constitutiva. Nesse aspecto, a pesquisa qualitativa envolve um “universo de sentidos, significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um fazer científico focado nas relações, nos processos e nos fenômenos” (MUSSI *et al.*, 2019, p. 427).

Esta pesquisa também possui natureza analítico-descritiva, pois descreve em detalhes a realidade das características do estudo, além de possibilitar a análise de determinado evento. Desse modo, a investigação vai além do simples ato de observar: compreende a ação de entender a trajetória desde a construção de ideias e do planejamento até a culminância da proposta em questão (YIN, 2016).

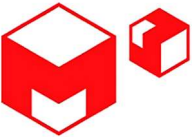
Portanto, o estudo apresentado nesse texto consiste em um relato de experiência pedagógica que emergiu do projeto de ensino: “Números Complexos: *Microlearning* para uma aprendizagem significativa”. A ação pedagógica contemplou 17 (dezessete) estudantes do Curso Técnico em Eletrotécnica Integrado ao Ensino Médio do Instituto Federal do Tocantins, *Campus Palmas*.

As atividades realizadas na ação pedagógica foram realizadas entre os dias 29 de outubro e 22 de dezembro de 2021 e executadas na modalidade *on-line*, em decorrência do Ensino Remoto Emergencial, através de encontros síncronos e assíncronos. Na transmissão ao vivo das aulas virtuais síncronas contou-se com o apoio da plataforma *Google Meet*, que também proporcionou a gravação das aulas. Para a postagem de material didático-pedagógico para a assistência quanto ao ensino e comunicados, foi utilizada a plataforma virtual de aprendizagem *Google Classroom* e o app *WhatsApp*.

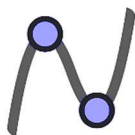
O estudo analítico do relatório do projeto de ensino permitiu a elaboração dos dados dessa pesquisa, que foram coletados a partir do diagnóstico das atividades pedagógicas realizadas durante a execução do projeto de ensino. Do relatório do projeto, utilizamos outras informações, tais como: imagens das aulas, videoaulas, áudios, mensagens de *WhatsApp*, textos e materiais pedagógicos postados no *Google Classroom*, diários, atividades e relatos de estudantes. Essas informações foram essenciais para a elaboração dessa pesquisa.

Dentre os recursos de apoio ao ensino, foram utilizados aplicativos móveis gratuitos disponíveis no *Google Play Store* com a finalidade de oferecer também uma aprendizagem baseada em tecnologias digitais, como jogos, *apps* e plataformas virtuais. No Quadro 1, apresentamos as ferramentas tecnológicas e digitais utilizadas durante a execução do projeto para facilitar o processo de ensino-aprendizagem de Números Complexos.

Quadro 1 - Ferramentas utilizadas durante a execução do projeto de ensino

Plataformas	Funcionalidades	Usabilidade
 Google Classroom (Disponível em: https://classroom.google.com. Acesso em: 7 set. 2022).	- Auxilia com um espaço organizacional para a realização de aulas virtuais; - Permite a postagem de atividades em uma página on-line específica; - Facilita a acessibilidade quanto à postagem e ao acompanhamento das atividades realizadas; - Possibilita ao estudante a comunicação com o professor.	O <i>Google Classroom</i> é uma plataforma que foi utilizada pois possui o formato de uma sala de aula virtual e amparo no fornecimento de materiais de apoio ao ensino. Esse ciberespaço foi usado para que os estudantes tivessem contato direto com vídeos educativos, gravações das aulas, slides explicativos das aulas, atividades via <i>app</i>, listas de exercícios, entre outros.
 Matemática Multimídia (Disponível em: https://cm3.ime.unicamp.br. Acesso em: 7 set. 2022).	- Disponibiliza recursos educacionais para subsidiar a prática pedagógica de professores que ensinam Matemática na Educação Básica; - Possibilita um aprendizado por meio de mídias digitais compostas por áudios, experimentos, softwares e vídeos; - Amplia as possibilidades metodológicas para os processos de	O site Matemática Multimídia visa proporcionar um aprendizado eficiente. Oferece materiais pedagógicos de Matemática para a Educação Básica. Como ferramenta educacional nas aulas de Matemática, o site foi utilizado principalmente para demonstrar vídeos, materiais, jogos, além de pesquisas para o uso metodológico de ensino-aprendizagem dos Números Complexos.

	ensino e aprendizagem da matemática.	
 Google Meet (Disponível em: https://meet.google.com. Acesso em: 7 set. 2022).	• Concede acesso às transmissões das aulas ao vivo; • Oferece um ambiente virtual apto para a transmissão de eventos, reuniões, aulas, entre outras ocasiões.	O <i>Google Meet</i> é um serviço de comunicação por videoconferência e <i>chat</i> com a função de permitir a participação dos membros e ouvintes de eventos. A transmissão e interatividade das aulas foi realizada por meio dessa plataforma.
 Google Jamboard (Disponível em: https://jamboard.google.com. Acesso em: 7 set. 2022).	• Disponibiliza um quadro branco para a escrita, o desenho, a inclusão de notas, imagens, gráficos, figuras, resultados de pesquisas, mostra de apresentações e possui muitas outras finalidades; • Viabiliza a interação dos participantes por meio dos recursos disponíveis e do uso do quadro branco.	O <i>Jamboard</i> é um quadro interativo que possui diversas funcionalidades. O uso dessa tela inteligente permitiu mostrar os cálculos e as demonstrações matemáticas em tempo real.
 YouTube (Disponível em: https://www.youtube.com. Acesso em: 7 set. 2022).	• Permite que os usuários carreguem, vejam e compartilhem vídeos em formato digital; • Facilita o acesso às mídias e aos materiais educacionais; • Proporciona aos estudantes aulas mais dinâmicas com videoaulas dentro do conteúdo em estudo.	O <i>YouTube</i> é um ambiente virtual que possibilita compartilhamento de vídeos. A plataforma contém todo tipo de conteúdo educacional de contribuição para a aprendizagem do estudante. Esse recurso foi utilizado para apresentar vídeos e postagens de videoaulas.
	• Possibilita o envio e recebimento de diversos arquivos de mídia: textos, fotos, vídeos, documentos e localização, além	O <i>WhatsApp</i> é um aplicativo multiplataforma com muitos recursos, e todos eles têm grandes contribuições em vias de comunicação entre aluno e

 WhatsApp (Disponível em: https://www.whatsapp.com/?lang=pt_br. Acesso em: 7 set. 2022).	de chamadas de voz; • Viabiliza a formação de grupos virtuais para avisos e informações importantes; • Oferece um serviço de mensagens e chamadas simples; • Facilita o diálogo e as resoluções de problemas entre pessoas a distância.	professor. O uso do <i>app</i> contribuiu com a postagem de avisos, lembretes, materiais didático-pedagógicos e possibilitou, também, o envio de informações entre os seus usuários.
 Kahoot! (Disponível em: https://kahoot.it. Acesso em: 7 set. 2022).	• Oportuniza estratégias de avaliação de maneira mais atrativa e motivadora; • Favorece uma melhor compreensão dos conceitos matemáticos; • Dispõe a interação entre os alunos, trabalho em equipe e a dinamicidade entre eles; • Propicia a construção do conhecimento matemático de forma divertida (CARNEIRO, 2020).	O <i>Kahoot!</i> é uma plataforma de aprendizado que se fundamenta em jogos. É um recurso que pode contribuir consideravelmente com o ensino de modo dinâmico (CARNEIRO, 2020). A plataforma foi utilizada para criar jogos educativos no formato de atividades complementares como contribuição e consolidação do objeto do conhecimento.
 GeoGebra Calculadora Gráfica (Disponível em: https://www.geogebra.org/graphing?lang=pt. Acesso em: 7 set. 2022).	• Realiza construções matemáticas e representações cartesianas utilizando pontos, vetores, segmentos, retas, bem como funções e altera os objetos de forma dinâmica após a construção; • Oferece a manipulação em variáveis, vetores, função derivável e função integral; • Realiza representações	O <i>app</i> <i>Geogebra</i> Calculadora Gráfica é um <i>software</i> que constrói diversas representações na área da matemática como funções, geometria, trigonometria, aritmética, álgebra, probabilidade, estatística e cálculo. Durante as aulas, o <i>app</i> foi usado para a representação da forma algébrica dos Números Complexos no plano de <i>Argand-Gauss</i>, além de operações com Números Complexos.

	diferentes de um mesmo objeto, as quais interagem entre si: sua representação geométrica e sua representação algébrica; • Oferta comandos para encontrar raízes e pontos extremos de uma função; • Proporciona uma aprendizagem e compreensão de qualidade a muitos estudantes; • Auxilia no bom andamento da aula, de modo que o professor pode usá-lo para construir e representar diversos conteúdos de maneira simples.	
 Google Forms (Disponível em: https://docs.google.com/forms. Acesso em: 7 set. 2022).	• Facilita a produção de atividades, avaliações e testes por meio de formulários; • Favorece o ensino-aprendizagem de forma dinâmica.	O <i>Google Forms</i> funciona como um recurso para criar formulários e pesquisas online com vários tipos de perguntas. A ferramenta foi utilizada para o desenvolvimento de atividades.
 Symbolab (Disponível em: https://pt.symbolab.com. Acesso em: 7 set. 2022).	• Permite que os usuários aprendam, pratiquem e descubram tópicos matemáticos usando símbolos, notações científicas e texto; • Possibilita soluções automatizadas passo a passo para tópicos algébricos, trigonométricos e de cálculo, englobando desde conteúdos matemáticos simples até tópicos	O <i>Symbolab</i> é um <i>app</i> que possibilita operações algébricas e a resolução de problemas. O <i>app</i> trabalha com uma variedade de conteúdos matemáticos. Proporciona operações matemáticas com expressões e equações algébricas e lineares. Sua finalidade no projeto foi fazer cálculos e operações de adição e subtração de números complexos.

	avançados de ensino superior; • Apresenta recursos para a compreensão dos conteúdos matemáticos: Matrizes, Determinantes, Sistemas Lineares, Polinômios e Números Complexos de forma acessível e simples, expandindo o espaço de dados em notações científicas, expressões e equações.	
--	---	--

Fonte: Elaborado pelos autores (2022).

O plano pedagógico do projeto de ensino foi organizado e estruturado para ser executado em etapas. Esse planejamento considerou os objetivos de aprendizagem relacionados com o conteúdo sobre Números Complexos. No plano pedagógico, foram apresentados: tema, conteúdos, tempo estimado, desenvolvimento, descrição das aulas com o objetivo, objeto do conhecimento, procedimento metodológico e recursos didáticos utilizados, conforme apresentado no Quadro 2.

Quadro 2 - Plano Pedagógico do Projeto de Ensino

Tema	Números Complexos
Conteúdos	Conjunto dos Números Complexos; Forma Algébrica; Conjugado de um Número Complexo; Operações com Números Complexos; Representação Geométrica; Módulo; Forma Trigonométrica e Aplicações.
Objetivo	Compreender os conceitos, as propriedades e definições sobre Números Complexos.
Competências	- C3 (BRASIL, 2018, p. 531): Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente; - C4 (BRASIL, 2018, p. 531): Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico e geométrico), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.
Habilidades	- H1 (BRASIL, 2020, p. 5): Reconhecer, no contexto social, diferentes significados e representações dos números e operações-naturais, inteiros, racionais, reais ou complexos;

	- (BRASIL, 2018, p. 544) (EM13MAT301): Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, com ou sem apoio de tecnologias digitais; - (BRASIL, 2018, p. 533) (EM13MAT105): Utilizar as noções de transformações isométricas (translação, reflexão, rotação e composições destas) e transformações homotéticas para construir figuras e analisar elementos da natureza e diferentes produções humanas; - Compreender o significado dos números complexos por meio do Plano de <i>Argand-Gauss</i>; - Identificar e operar os Números Complexos nas formas: Algébrica, Par ordenado e Polar (Forma Trigonométrica), de forma a efetuar adição, subtração, multiplicação e divisão de números complexos na forma algébrica; - Envolver o uso da tecnologia para o ensino de números complexos com auxílio de plataformas digitais e software.
Quantidades de aulas	14 aulas.
Tempo Estimado	60 minutos para cada aula.
Desenvolvimento (descrição da prática)	As aulas do projeto foram planejadas para serem realizadas de acordo com o Ensino Remoto Emergencial, com aulas teóricas e práticas, síncronas e assíncronas, no período de 28 de outubro a 28 de dezembro de 2021, às quartas e sextas-feiras, no período vespertino. Nas aulas, contou-se com auxílio de recursos tecnológicos e digitais para uma melhor compreensão de conceitos, propriedades, teoremas e definições matemáticas por parte dos alunos. O desenvolvimento das atividades orientou-se a partir da apresentação das temáticas das aulas, com o uso de aplicativos móveis e atividades integradas e interdisciplinares, jogos pedagógicos e metodologias ativas, como a ABP e o PBL (MORÁN, 2015; PERES; PEREIRA; MAGALHÃES, 2019).
Recursos didáticos para a aula	Livro didático Matemática, Contexto e Aplicações (DANTE, 2016), tablet, caneta <i>touch screen</i> , computador, <i>notebook</i> , softwares disponíveis no <i>Google Play Store</i> (App Números Complexos, Symbolab), material multimídia de apoio (Disponível em: https://m3.ime.unicamp.br/recursos/1037 . Acesso em: 7 set. 2022).

Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

O enfoque das metodologias ativas no ensino de Números Complexos, conforme se pode visualizar no Quadro II, favorece de forma ativa o desenvolvimento do estudante em suas múltiplas dimensões. Verificou-se que, na visão dos estudantes, os métodos que partem de situações reais estimulam o desenvolvimento de uma variedade de estratégias, uma diversidade de pensamentos e uma complexidade de concepções (MORÁN, 2015).

Quanto ao planejamento das aulas, para complementar a organização do plano pedagógico do projeto (conforme o Quadro 2), segue, no Quadro 3, a sistematização

e organização da proposta pedagógica, dividida conforme um cronograma. No Quadro 3 são apresentados os objetivos de cada aula, o objeto do conhecimento a ser tratado, bem como os procedimentos metodológicos para o desenvolvimento das aulas.

Quadro 3 - Planejamento das Aulas

PLANEJAMENTO DAS AULAS	
AULA I e II – Conjunto dos Números Complexos e Transformações de Möbius	
Objetivos	- Compreender o efeito da translação, rotação e dilatação no plano complexo; - Realizar operações a partir da aplicação das propriedades de Números Complexos; - Apresentar a transformação de Möbius.
Objetivos do Conhecimento	Translação; transformações geométricas; números complexos; dilatação; rotação; plano de Argand-Gauss.
Procedimento Metodológico	Em um primeiro momento, articulam-se os conhecimentos prévios dos estudantes acerca dos Números Complexos com o conteúdo do livro (DANTE, 2016, p. 173-176). Depois de visualizar a translação, a rotação e a dilatação de um triângulo no plano complexo a partir de uma multiplicação de matrizes, os alunos devem obter as formas analíticas de tais transformações. Em seguida, apresenta-se um caso particular da Transformação de Möbius com o material multimídia de apoio e algumas de suas interessantes características. Como material complementar desta abordagem, disponibilizou-se uma atividade no jogo virtual Kahoot! para a consolidação do conhecimento algébrico e geométrico acerca dos Números Complexos.
AULA III e IV – Conjunto dos Números Complexos	
Objetivos	Compreensão do conjugado de um número complexo, bem como a forma algébrica de um número complexo, as operações de adição e subtração.
Objetivos do Conhecimento	Conjugado dos Números Complexos e das operações.
Procedimento Metodológico	Apresentaram-se as formas de um Número Complexo, suas operações e os conteúdos do livro (DANTE, 2016, p. 177-180). Abordaram-se as contextualizações dos conceitos e das definições, das representações de um número complexo. A demonstração da forma algébrica dos números complexos pode ser realizada por meio do app Números Complexos e do app Symbolab que apresentam calculadora para as operações com Números Complexos (FIGUEIREDO <i>et al.</i> , 2016; PINHEIRO; SERUFFO; PIRES, 2019). No momento assíncrono da aula, na atividade proposta no Google Forms, em um formulário on-line, abordam-se as operações com Números Complexos e o seu conjugado.
AULA V e VI – Fórmula Trigonométrica de Euler	
Objetivos	- Apresentar o número complexo em suas formas algébrica e trigonométrica; - Representar os principais conjuntos numéricos;

	- Demonstrar a fórmula trigonométrica de Euler por meio de aplicações.
Objetivos do Conhecimento	Números complexos; formas trigonométricas e geométricas dos números complexos; conjuntos numéricos; história dos números complexos; fórmula de Euler; formas e propriedades algébricas dos números complexos.
Procedimento Metodológico	Apresentam-se números complexos por meio do uso do <i>m-learning</i> , a partir da dinâmica de apresentação do app Calculadora Gráfica <i>GeoGebra</i> no plano de <i>Argand-Gauss</i> para a compreensão da forma trigonométrica, da forma geométrica de um Número Complexo e a fórmula de Euler, que se encontram em aplicações e exemplos no livro didático (DANTE, 2016, p. 181-182). A partir de problemas elencados, levantam-se hipóteses para a resolução destes. O <i>GeoGebra</i> permite que o estudante possa visualizar melhor por meio da simulação de gráficos, o que possibilita a associação de conceitos matemáticos. Este ambiente virtual oportuniza o ensino-aprendizagem para entendimento da forma trigonométrica e geométrica de um número complexo sob o plano de Argand-Gauss. Duval (2003) aponta que a representação semiótica é uma forma singular de aprender matemática através da construção de gráficos, que envolve a sua representação, principalmente para o entendimento de conceitos considerados abstratos.
AULA VII e VIII – Forma Trigonométrica dos Complexos	
Objetivos	- Apresentar a forma trigonométrica dos Complexos; - Apresentar o módulo de um número complexo; - Representar a localização do número complexo no plano cartesiano.
Objetivos do Conhecimento	Números complexos; formas trigonométricas e geométricas dos números complexos; plano cartesiano; módulo de um número complexo.
Procedimento Metodológico	Na abordagem dos números complexos, destacam-se a sua forma trigonométrica e a localização no plano cartesiano, conforme as coordenadas cartesianas e os eixos das abscissas e das ordenadas (DANTE, 2016, p. 183-186). Durante a aula, discute-se o direcionamento do projeto de ensino, inclusive se apontam problemas para serem solucionados pelos estudantes. Utilizam-se os aplicativos móveis para a visualização e representação dinâmica do número complexo (BORBA <i>et al.</i> , 2016).
AULA IX e X – História dos Números Complexos	
Objetivos	Apresentar a história dos números complexos, bem como as contribuições feitas por matemáticos ao longo da história para o desenvolvimento dos conceitos, das propriedades e definições dos Números Complexos.
Objetivos do Conhecimento	História da Matemática com a abordagem da biografia dos matemáticos: <i>Cardano-Tartaglia</i> ; <i>Euler</i> ; <i>René Descartes</i> ; Números Complexos; <i>Newton</i> ; <i>Hankel</i> . Fórmula de <i>Moivre</i> .
Procedimento Metodológico	Demonstram-se as operações de números complexos (DANTE, 2016, p. 187-188). O enfoque do <i>Microlearning</i> permeia-se a partir do uso de podcasts e <i>storytellings</i> acerca da história dos Complexos (JOMAH <i>et al.</i> , 2016; STOCKER, 2018). A

	abordagem da História dos Complexos envolve também o uso do material multimídia de apoio.
AULA XI e XII – Potenciação de Números Complexos	
Objetivos	Compreensão das formas de utilizar e resolver as potenciações de Complexos, bem como compreender a primeira fórmula de <i>Moivre</i> .
Objetivos do Conhecimento	Potenciação de Complexos, Primeira Fórmula de <i>Moivre</i> .
Procedimento Metodológico	Demonstra-se a potenciação de números complexos por meio da Primeira Fórmula de <i>Moivre</i> (DANTE, 2016, p. 191-195). Por meio da ABP, apresentam-se problemas da realidade, em conformidade com pré-conhecimentos da área técnica. Utilizam-se os aplicativos móveis Calculadora <i>GeoGebra</i> e <i>Symbolab</i> para a visualização e representação dinâmica do número complexo (FIGUEIREDO <i>et al.</i> , 2016; PINHEIRO; SERUFFO; PIRES, 2019).
AULA XIII e XIV – Radiciação dos Números Complexos	
Objetivos	Entender a utilização e aplicação da segunda fórmula de <i>Moivre</i> .
Objetivos do Conhecimento	Radiciação de Números Complexos; Segunda Fórmula de <i>Moivre</i> .
Procedimento Metodológico	Tratam-se as operações de radiciação com os números complexos de acordo com a resolução da segunda fórmula de <i>Moivre</i> , a representação das coordenadas cartesianas, dos eixos das abscissas e das ordenadas, formando figuras geométricas, também foram apresentados os conteúdos do livro (DANTE, 2016, p. 191-195). Usa-se o <i>m-learning</i> por meio do app Calculadora Gráfica <i>GeoGebra</i> para a visualização e representação dinâmica do complexo (BORBA <i>et al.</i> , 2016).

Fonte: Elaborado pelos autores (2022).

Em conformidade com o Quadro 3, observa-se o planejamento do desenvolvimento de cada aula do projeto de ensino, o qual proporcionou um melhor andamento na realização das aulas e nas atividades por meio de metodologias ativas e de plataformas digitais. O plano pedagógico das aulas do projeto permite contemplar as contribuições desse planejamento para a aprendizagem significativa e para a construção de saberes matemáticos.

4 RELATO DA EXPERIÊNCIA PEDAGÓGICA

4.1 Descrição do Primeiro Encontro

No primeiro encontro do projeto de ensino foram ministradas duas aulas (I e II), cujo conteúdo abordado foi o Conjunto dos Números Complexos e as Transformações de *Möbius*. Devido ao período de pandemia causada pela Covid-19, as aulas foram ministradas por meio da plataforma de videoconferência *Google Meet*. Este encontro iniciou às 14 horas do dia 26 de novembro de 2021, com duração de 1 hora e 30 minutos.

No início da aula, foi realizada a apresentação da equipe do projeto de ensino, composta por: estudantes do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Tocantins, *Campus Arraias*, uma professora de Matemática do IFTO, campus Palmas, um estudante do Curso de Licenciatura em Matemática do IFTO, campus Palmas e estudante do Curso Técnico Integrado ao Ensino Médio do Instituto Federal do Tocantins, Campus Palmas.

Na primeira aula também se realizou a apresentação dos objetivos e do planejamento das aulas do Projeto de Ensino “Números Complexos: *Microlearning* para uma aprendizagem significativa”.

Na segunda aula, foi apresentado aos estudantes do 3º ano do Curso Técnico em Eletrotécnica Integrado ao Ensino Médio o vídeo “Gauss e Números Complexos”. O material utilizado possibilitou um entendimento significativo dos conceitos matemáticos pelos estudantes por meio da História da Matemática. Destaca-se que todo o material de estudo trabalhado em aula foi disponibilizado no *Google Classroom*.

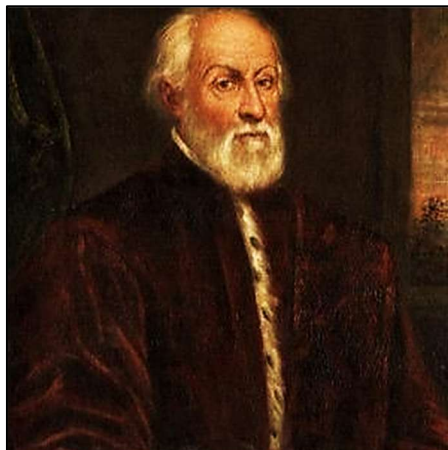
Nas aulas, utilizou-se o livro didático de matemática “Matemática: Contexto & Aplicações”, do autor Luiz Roberto Dante (2016). Durante a segunda aula, os estudos foram direcionados para: A História dos Números Complexos; Transformações Geométricas: translação, rotação e reflexão; e Plano de *Argand-Gauus*.

4.1.1 História dos Números Complexos

Como extrair a raiz quadrada de um número negativo? Esse feito foi descoberto pelo notável matemático *Rafael Bombelli* (Figura 1), por meio da utilização dos

conceitos de Números Complexos na resolução de uma equação polinomial na qual, a solução envolvia uma raiz quadrada com número negativo (DANTE, 2016).

Figura 1 - Rafael Bombelli



Fonte: Da Web (2023).

O matemático alemão August Ferdinand Möbius (Figura 2), também desenvolveu estudos sobre os Números Complexos. O matemático seguiu carreira na Matemática, na Astronomia e na Física. Para sua formação, contou com estudiosos importantes como Karl Mollweide e Carl Friedrich Gauss sob orientação e influência de suas pesquisas e aquisições (CARMO, MORGADO, WAGNER, 1992).

Figura 2 - August Ferdinand Möbius



Fonte: Da Web (2023).

Möbius ao longo dos anos ficou conhecido por várias de suas obras e descobertas matemáticas como a Fita de Möbius, a Função de Möbius, as transformações de Möbius, a fórmula de inversão de Möbius e a rede de Möbius. Seus

trabalhos proporcionaram a continuidade no aprofundamento dos estudos dos Números Complexos (CARMO, MORGADO, WAGNER, 1992).

4.1.2 Transformações Elementares em $\mathbb{C}$

Existem transformações com propriedades geométricas que podem ser entendidas utilizando o plano complexo por meio dos movimentos de: translação, rotação e dilatação ou contração.

- Translação:

A translação se enquadra em um movimento de figura geométrica a partir de coordenadas no plano complexo. De forma que as medidas dos ângulos e lados continuam sempre os mesmos, isto é, a figura inicial é congruente com a outra replicada. O que muda entre as formas é a direção e magnitude.

Para isso, usa-se a matriz representativa $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ b & 1 \end{pmatrix}$, sendo b constante complexa, com $b \in \mathbb{C}$. Com a finalidade de melhor compreensão, foi feita o uma amostra da transformação de translação juntamente com a demonstração no gráfico (Figura 3), a seguir:

Exemplo:

1) Para $z_1 = 1 + 2i$, $z_2 = 2 + 3i$, $z_3 = 3 + 2i$ e $b = 2 + 2i$, temos:

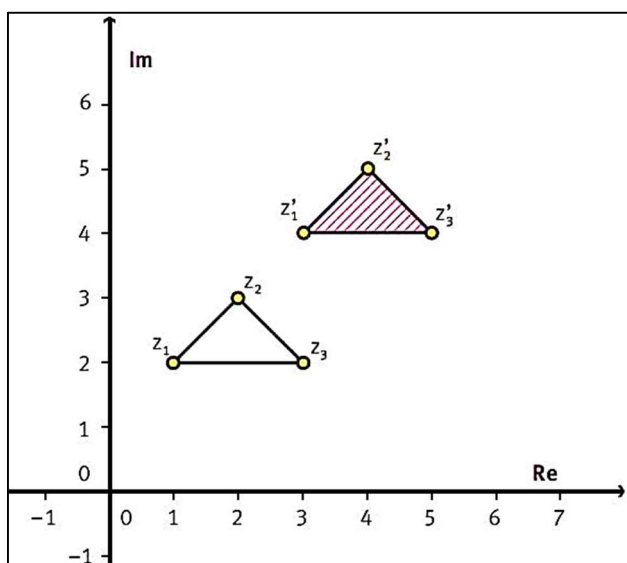
$$\begin{pmatrix} z_j & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 + 2i & 1 \end{pmatrix} = (z_j + 2 + 2i \quad 1), \quad \text{para } j = 1, 2, 3.$$

Então,

$$z'_j = f(z_j) = z_j + 2 + 2i.$$

Assim,

$$z'_1 = 3 + 4i, \quad z'_2 = 4 + 5i \quad \text{e} \quad z'_3 = 5 + 4i.$$

Figura 3 - Representação da Translação

Fonte: RODRIGUES; OLIVEIRA; REZENDE, QUEIROZ (2012, p. 19).

Observa-se neste exemplo que ocorreu uma locomoção horizontal de dois fragmentos e uma locomoção vertical de dois fragmentos no gráfico apresentado na Figura 3.

- Rotação:

A rotação consiste em um movimento no plano complexo, no qual uma figura faz um giro sobre a origem (eixo), isto é, sem interferir no tamanho e na proporção do objeto. Como exemplo pode-se imaginar um simples triângulo rodando em volta de um determinado ponto.

Desse modo, utiliza-se a matriz $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & d \end{pmatrix}$ para representar a rotação, sendo que $d = \pm i$. Quando o movimento é de 90° no sentido horário, temos $d = i$, e se o movimento for 90° no sentido anti-horário, então $d = -i$. Para que os estudantes entendessem a explicação já realizada anteriormente, foi apresentado um problema envolvendo o esboço do movimento de rotação em um gráfico (Figura 4), conforme o exemplo 2:

2) Sejam $z_1 = 1 + i$, $z_2 = 4 + i$, $z_3 = 2 + 2i$. Se $d = i$, temos:

$$(z_j \ 1) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix} = (z_j \ -i), \quad \text{para } j = 1, 2, 3.$$

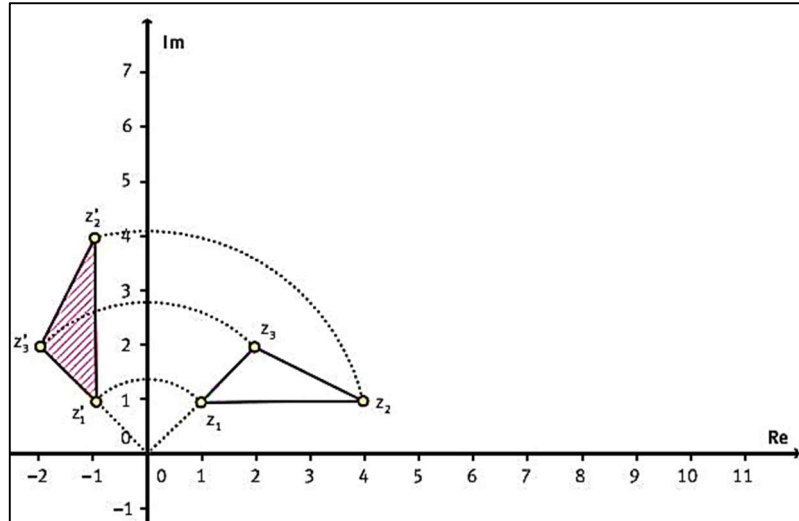
Então,

$$z'_j = f(z_j) = \frac{z_j}{-i} = \frac{1}{-i} z_j = iz_j.$$

Logo,

$$z'_1 = -1 + i, z'_2 = -1 + 4i, z'_3 = -2 + 2i.$$

Figura 4 - Representação do Movimento de Rotação



Fonte: RODRIGUES; OLIVEIRA; REZENDE; QUEIROZ (2012, p. 19).

- Dilatação ou Contração

A dilatação ou contração corresponde ao movimento em que a figura pode aumentar ou diminuir o seu tamanho em tempo real. Quando a figura é formada no plano complexo, os ângulos dela podem permanecer na sua medida original, mas os comprimentos dos lados podem aumentar proporcionalmente a partir da figura principal.

A matriz $\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ representa a dilatação ou contração, com a sendo uma constante real positiva. A partir das definições e das particularidades explícitas, é necessário o direcionamento com base em uma explicação por etapas, num exercício envolvendo transformação de dilatação ou contração, e contasse com a construção de um gráfico (Figura 5) em seguida.

3) Sejam $z_1 = 1 + i$, $z_2 = 2 + i$, $z_3 = 1 + 2i$. Se $a = 2$, temos:

$$(z_j \ 1) \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = (2z_j \ 1), j = 1, 2, 3.$$

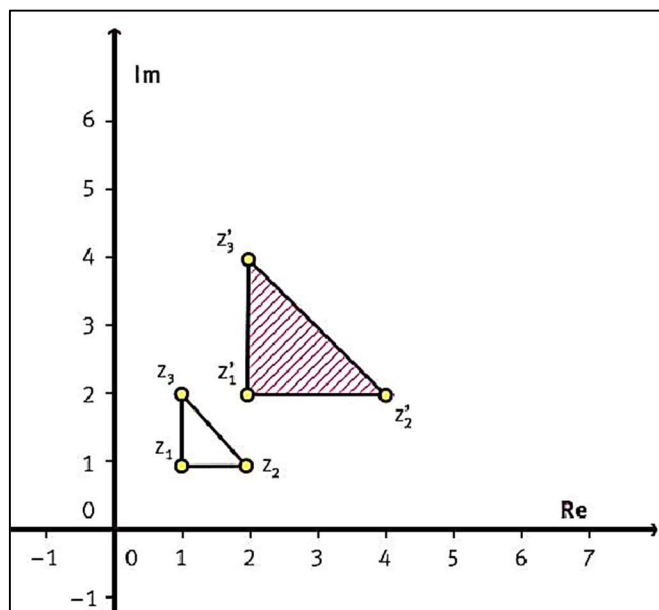
Então,

$$z'_j = f(z_j) = 2z_j.$$

Assim,

$$z'_1 = 2 + 2i, z'_2 = 4 + 2i, z'_3 = 2 + 4i.$$

Figura 5 - Representação da Transformação de Dilatação ou Contração



Fonte: RODRIGUES; OLIVEIRA; REZENDE; QUEIROZ (2012, p. 19).

A partir da exemplificação feita sob o efeito da transformação de dilatação ou contração destacou-se a utilidade dentro do gráfico por mostra o seguinte movimento matemático. Interessante que dentre o estudo realizado torna-se cabível sua simulação no exemplo demonstrado.

4.1.3 Transformação de Möbius

Uma Transformação de Möbius se classifica por ser uma função racional a uma variável complexas, se forma se expressa:

$$f(z) = \frac{az + b}{cz + d}, \quad a, b, c, d \in \mathbb{C} \text{ e } ad - cb \neq 0.$$

Sendo a, b, c e d são constantes complexas.

4.1.4 Plano de Argand-Gauss

O plano de Argand-Gauss é conhecido como plano complexo ou diagrama de Gauss por ser uma forma de denotar geometricamente números complexos. Esta descoberta foi feita pelo talentoso matemático suíço Jean-Robert Argand (Figura 6). Posteriormente, o matemático, astrônomo e físico alemão Carl Friedrich Gauss (Figura 6) utilizou as ideias de Argand e divulgou em suas obras (IEZZI, 2013).

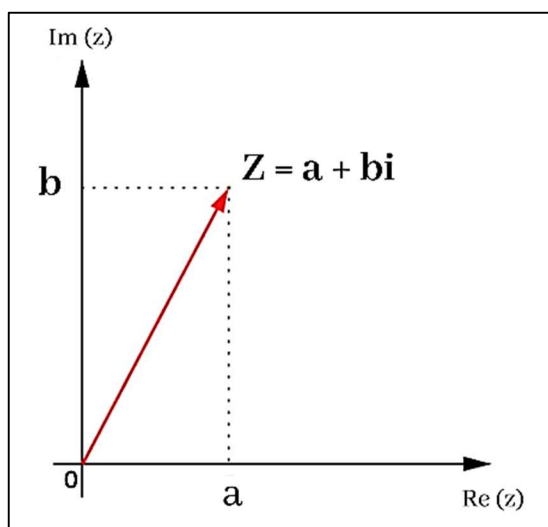
Gauss tornou conhecida a proposta do cálculo e da representatividade dos números complexos com o aperfeiçoamento em outras áreas. O plano foi intitulado com a junção dos nomes dos autores que o desenvolveu. Além disso, tanto o Argand, como o Gauss foram os matemáticos que afirmaram que os números complexos possuem uma imagem bidimensional. Argand é conhecido por sua interpretação geométrica nos números complexos (CARMO, MORGADO, WAGNER, 1992).

Figura 6 - Jean-Robert Argand e Carl Friedrich Gauss



Fonte: Da Web (2023).

Em um plano de *Argand-Gauss* (Figura 7) contém as coordenadas dentro o número complexo na forma de $Z = a + bi$, sendo a a parte real e b a parte imaginária do plano (DANTE, 2016). De modo que o eixo horizontal fixa o eixo real, e o eixo vertical fixa o eixo imaginário.

Figura 7 - Plano de Argand-Gauss

Fonte: Adaptado Da Web (2023).

A representação do plano de Argand Gauss também comporta o argumento, o módulo e o conjugado de um número complexo.

4.2 Descrição do Segundo Encontro

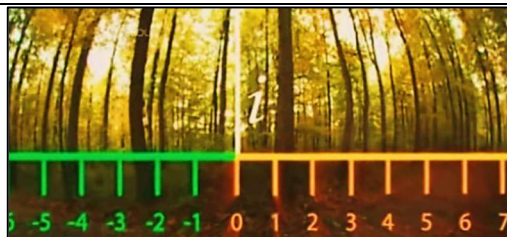
O segundo encontro foi realizado em um momento assíncrono, no dia 05 de novembro de 2021. Nesta aula foi realizada uma atividade sobre Números Complexos no jogo *Kahoot!*. A atividade apresentava 5 questões de múltipla escolha. O *link* da atividade foi postado nas plataformas digitais como *WhatsApp* e no mural do *Google Classroom*. No Quadro 4, eventualmente, segue a atividade utilizada no projeto:

Quadro 4 - Questões Propostas no Jogo Kahoot!

ATIVIDADE – KAHOOT!

Questão 1: Qual(is) o intelectual que sugerir os números complexos, tem uma imagem bidimensional?

Figura 1: Vídeo Educacional “Gauss e Números Complexos”

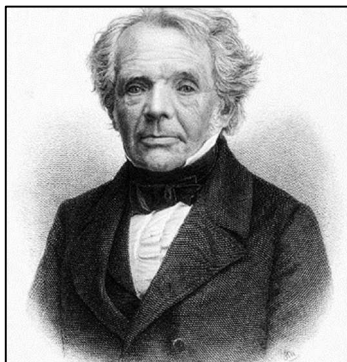


Fonte: PUHL (2012).

- a) *Girolamo Cardano*
- b) *Scipione Del Ferro*
- c) *Niccoló Fontana*
- d) *Argand e Gauss*

Questão 2: Quem foi August Ferdinand *Mobius*?

Figura II: *August Ferdinand Mobius*

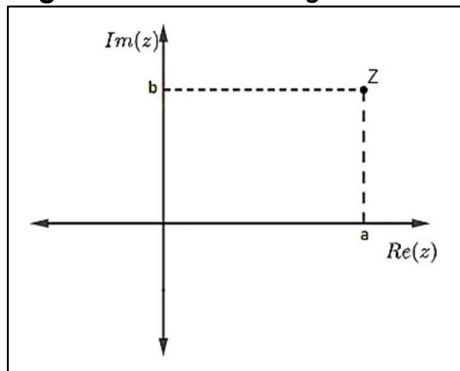


Fonte: Da Web (2023).

- a) Matemático Alemão
- b) Físico Irlandês
- c) Advogado Russo
- d) Astrônomo Sueco

Questão 3: A seguinte afirmação “O número Complexos é representado por $Z = a + bi$, sendo a a parte real e b a parte imaginaria” é:

Figura III: Plano de *Argand-Gauss*

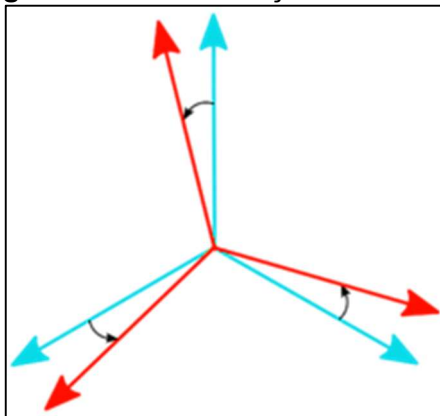


Fonte: Da Web (2023).

- () Verdadeira
() Falsa

Questão 4: De acordo com a figura, a transformação geométrica é:

Figura IV: Transformação Geométrica

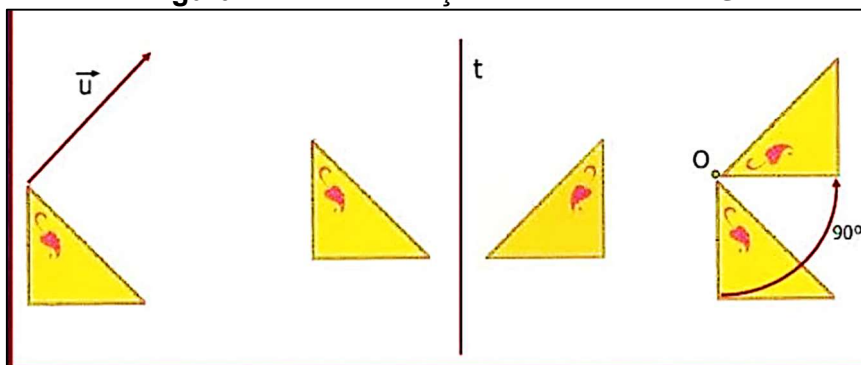


Fonte: Da Web (2023).

- a) Translação
b) Escala
c) Rotação
d) Dilatação

Questão 5: As três primeiras transformações básicas são: Translação, Rotação e Dilatação:

Figura V - Transformação Elementares em $\mathbb{C}$



Fonte: Adaptação Da Web (2023).

- () Verdadeira
() Falsa

Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

O uso do jogo *Kahoot!* como recurso didático em classe, propiciou um espaço livre e autônomo, como fonte de aprendizagem e de interatividade. Os estudantes demonstraram interesse em realizar a atividade e participaram ativamente.

4.3 Descrição do Terceiro Encontro

No terceiro encontro foram desenvolvidas as aulas III e IV com a abordagem da temática “Conjunto dos Números Complexos” de forma síncrona pela plataforma digital *Google Meet*. Esta aula foi realizada no dia 10 de novembro de 2021, que se iniciou às 14:00 horas e terminou às 15:00 horas.

No início das aulas, sempre realizávamos um *feedback* dos conteúdos estudados na aula anterior. A equipe também fazia breves comentários de definições e teorias, e de modo participativo interagia com a turma. Neste momento, havia trocas de conhecimento e interações.

No terceiro encontro foram desenvolvidos os conceitos matemáticos sobre: Conjugado de um número complexo; Forma algébrica de um número complexo; Operações de adição e subtração com os números complexos.

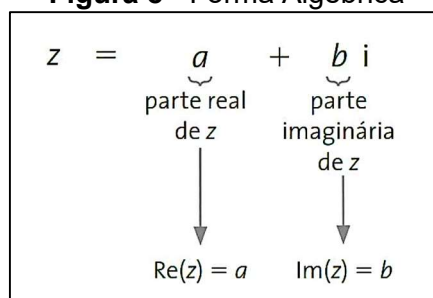
4.3.1 Forma Algébrica

A definição de número complexo é dada por:

$$z = a + bi$$

A forma algébrica ou forma nominal que representa o número complexo é dividida em parte real e parte imaginária de um número complexo, conforme a Figura 8, a seguir:

Figura 8 - Forma Algébrica



Fonte: Dante (2016, p. 176).

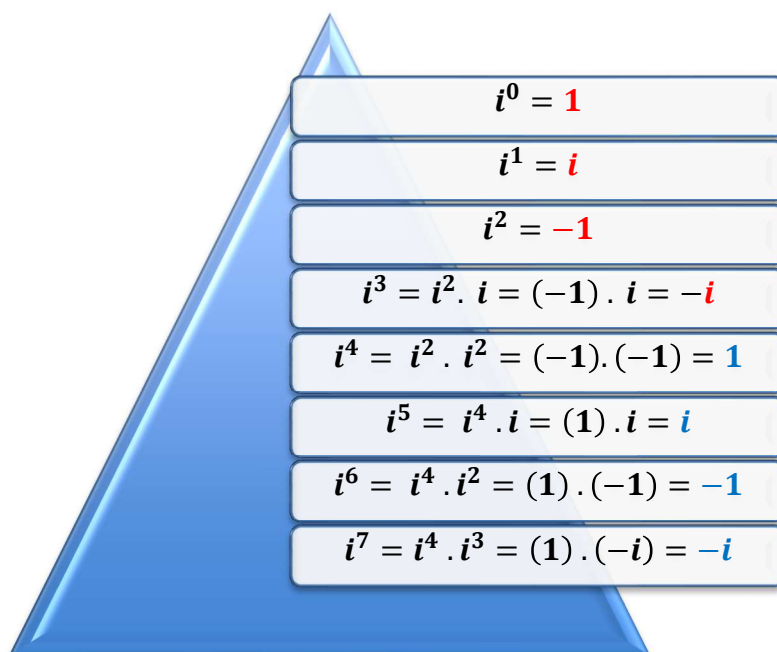
4.3.2 Potências da Unidade Imaginária

Por definição $i = \sqrt{-1}$, assim:

$$i^2 = (\sqrt{-1})^2 = -1$$

A Figura 9 mostra os resultados da sequência de potências da unidade imaginária

Figura 9 - Potências de i



Fonte: Adaptado da Web (2023).

Nota-se nas potências de i que nos primeiros resultados temos $1, i, -1$ e $-i$, e depois começa a obter a repetição desses valores, como uma forma padrão. Diante dessa constatação, existe uma regra para encontrar qualquer potência de i , basta fazer a divisão do expoente por 4, e o resto da operação 0, 1, 2 ou 3 é utilizado para inserir a potência da unidade imaginária, como no exemplo a seguir:

Exemplo:

1) Calcule i^{314} :

Temos:

$$314 \div 4 = 78$$

O resto dessa divisão é 2.

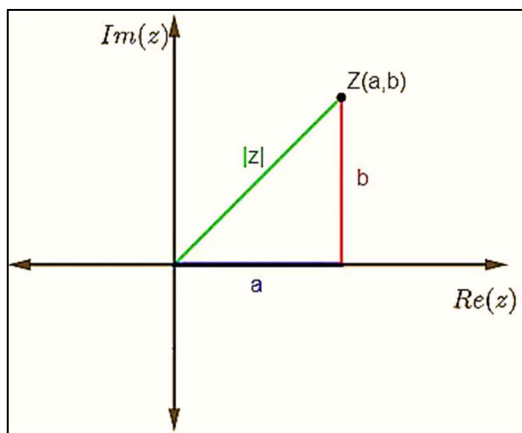
Logo,

$$i^{314} = i^2 = -1$$

4.3.3 Módulo

O módulo corresponde ao comprimento ou distância de um número complexo até a origem no plano de Argand-Gauss. O símbolo de módulo de um número complexos é $|z|$. A Figura 10 apresenta o módulo de um número complexo no plano complexo:

Figura 10 - Representação do Módulo de um Número Complexo



Fonte: Da Web (2023).

Para uma melhor compreensão, vejamos o exemplo a seguir e a representação gráfica do módulo do número complexo na Figura 11, a seguir:

Exemplo:

1) Calcule o módulo do número complexo $z = 4 + 4i$.

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$|z| = \sqrt{4^2 + 4^2}$$

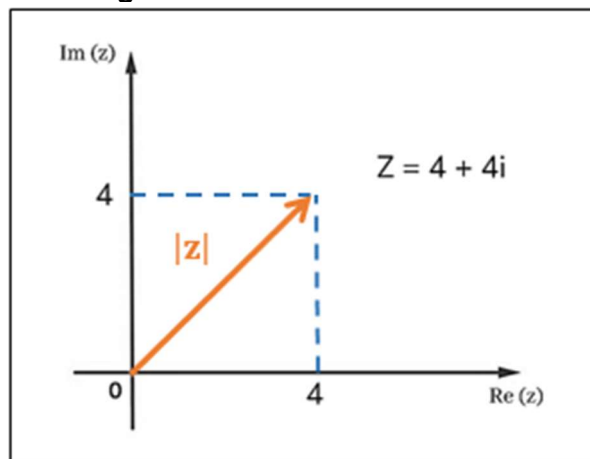
$$|z| = \sqrt{16 + 16}$$

$$|z| = \sqrt{32}$$

$$|z| = 4\sqrt{2}$$

Logo,

Figura 11 - Módulo de $z = 4 + 4i$

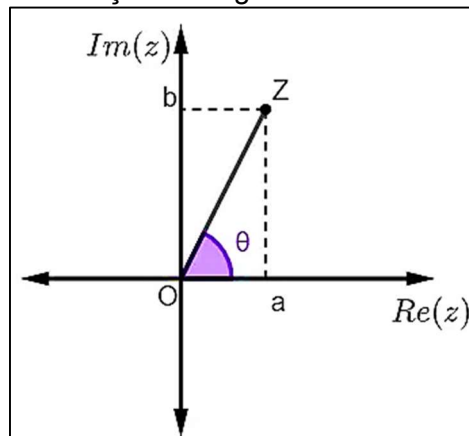


Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

4.3.4 Argumento

O argumento de um número complexo consiste no ângulo θ formado no plano de *Argand-Gauss* no o eixo da parte real (DANTE, 2016). Na Figura 12, segue um modelo de argumento dentro de um triângulo.

Figura 12 - Representação do Argumento de um Número Complexo



Fonte: Da Web (2023).

Para obter o argumento, teremos que calcular o ângulo da figura formada no plano complexo, este valor determina-se pelo seno e cosseno de θ . As fórmulas usadas são:

$$\cos \theta = \frac{a}{|z|} \quad \longleftrightarrow \quad \sin \theta = \frac{b}{|z|}$$

Associando o conceito de argumento, vejamos o Exemplo:

Exemplo:

1) Encontre o argumento do número complexo $z = 1 + \sqrt{3}i$ e construa o gráfico.

Temos o cálculo do módulo,

$$\begin{aligned} |z| &= \sqrt{a^2 + b^2} \\ |z| &= \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} \\ |z| &= \sqrt{1 + 3} \\ |z| &= \sqrt{4} \\ |z| &= 2 \end{aligned}$$

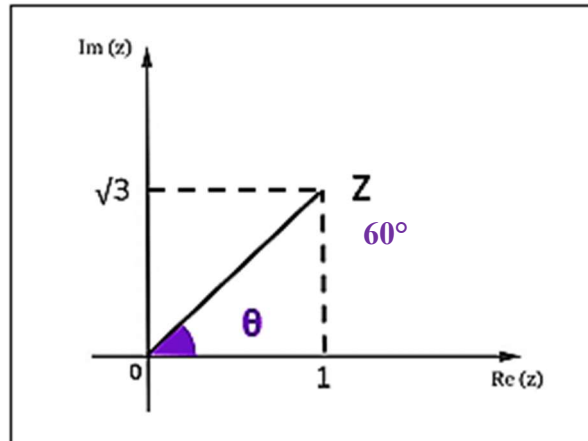
Substituímos o valor de módulo na fórmula de seno e cosseno:

$$\begin{aligned} \cos \theta &= \frac{a}{|z|} = \frac{1}{2} \\ \sin \theta &= \frac{b}{|z|} = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

Portanto, o resultado pode ser expresso em graus ou radiano:

$$\theta = 60^\circ \text{ ou } \theta = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$$

A representação o plano de *Argand-Gauss* foi realizada na Figura 13, a seguir:

Figura 13 - Argumento de 60° 

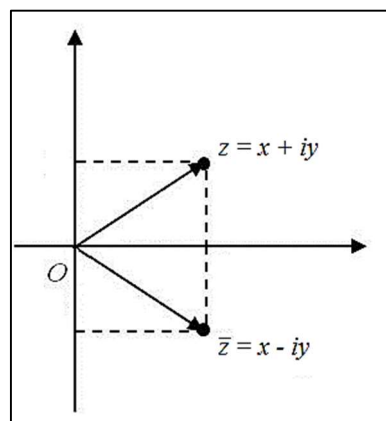
Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

4.3.5 Conjugado de um Número Complexo

O conjugado de um número complexo corresponde ao oposto da forma algébrica $z = a + bi$, de modo que a parte imaginária se torna negativa ou positiva. Para mudar qualquer número complexo para o conjugado, a parte real permanece intacta, somente o sinal da parte imaginária que será modificada ou oposto (IEZZI, 2013). O conjugado de um número complexo é definido por:

$$\bar{z} = a - bi$$

A representação geométrica do conjugado de um número complexo no plano de Argand-Gauss está representada na Figura 14:

Figura 14 - Representação de Conjugado de um Número Complexo

Fonte: Da Web (2023).

Exemplo:

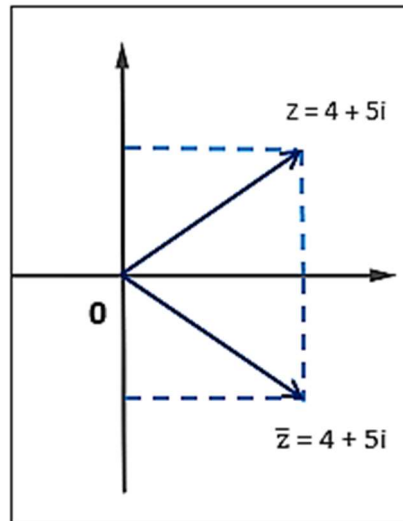
1) Seja o número complexo $z = 4 + 5i$. Determine $z = \bar{z}$.

Temos:

$$z = 4 + 5i \Rightarrow \bar{z} = 4 - 5i$$

Podemos visualizar a representação de z e de $\bar{z}$ no plano complexo conforme a Figura 15:

Figura 15 - Representação $\bar{z} = 4 - 5i$



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

4.3.6 Adição de um Número Complexo

Nesta operação envolvendo números complexos, cada parte real somará com a parte real, e a parte imaginária somará com a parte imaginária (IEZZI, 2013). Teremos a demonstração da adição dos números complexos de $z_1 = a + bi$ e $z_2 = c + di$:

Temos:

$$z_1 + z_2 = (a + bi) + (c + di)$$

$$z_1 + z_2 = a + bi + c + di$$

Portanto,

$$z_1 + z_2 = (a + c) + (b + d)i$$

Exemplo:

1) Dados dois números complexos $z_1 = 2 + 3i$ e $z_2 = 4 + 5i$. Determine $z_1 + z_2$.

Temos:

$$z_1 + z_2 = (2 + 3i) + (4 + 5i)$$

$$z_1 + z_2 = 2 + 3i + 4 + 5i$$

Portanto,

$$z_1 + z_2 = 6 + 8i$$

4.3.7 Subtração de um Número Complexo

Conta-se com a demonstração da subtração dos números complexos (IEZZI, 2013), expressa por $z_1 = a + bi$ e $z_2 = c + di$:

Temos:

$$z_1 - z_2 = (a + bi) - (c + di)$$

$$z_1 - z_2 = a + bi - c - di$$

Portanto,

$$z_1 - z_2 = (a - c) + (b - d)i$$

Exemplo:

1) Dado dois números complexos $z_1 = 1 + 3i$ e $z_2 = 5 + 5i$. Determine $z_1 - z_2$.

Temos:

$$z_1 - z_2 = (1 + 3i) - (5 + 5i)$$

$$z_1 - z_2 = 1 + 3i - 5 - 5i$$

Portanto,

$$z_1 - z_2 = -4 - 2i$$

4.3.8 Multiplicações de um Números Complexos

Na operação de multiplicação de um número complexo (IEZZI, 2013), segue a demonstração para $z_1 = a + bi$ e $z_2 = c + di$:

Temos:

$$\begin{aligned} z_1 \cdot z_2 &= (a + bi)(c + di) \\ z_1 \cdot z_2 &= ac + adi + cbi + bdi^2 \\ z_1 \cdot z_2 &= ac + adi + cbi + bd \cdot (-1) \\ z_1 \cdot z_2 &= ac + adi + cbi - bd \end{aligned}$$

Portanto,

$$z_1 \cdot z_2 = (ac - bd) + (ad + cb)i$$

Exemplo:

1) Dado dois números complexos $z_1 = 4 + 3i$ e $z_2 = 1 + 2i$. Determine $z_1 \cdot z_2$.

Temos:

$$\begin{aligned} z_1 \cdot z_2 &= (4 + 3i)(1 + 2i) \\ z_1 \cdot z_2 &= 4 + 8i + 3i + 6i^2 \\ z_1 \cdot z_2 &= 4 + 8i + 3i + 6 \cdot (-1) \\ z_1 \cdot z_2 &= 4 + 8i + 3i - 6 \end{aligned}$$

Portanto,

$$z_1 \cdot z_2 = -2 + 11i$$

Este terceiro encontro oportunizou a aprendizagem do uso de metodologia ativa através de aplicativos didáticos, um deles foi utilizado esta aula como a Calculadora Gráfica *GeoGebra*, que permitiu a simulação do plano de Argand-Gauss juntamente as coordenadas de números complexos. Estratégias como essas traz um rico conhecimento e compreensão aos estudantes, motivando-os a participação efetiva no processo de ensino matemático.

4.4 Descrição do Quarto Encontro

O quarto encontro foi de modo assíncrono, no dia 12 de novembro de 2021. Esta aula foi direcionada a turma de estudante do 3º ano do Curso Técnico em Eletrotécnica Integrado ao Ensino Médio para estudo do conteúdo passado no terceiro encontro.

A aula assíncrona, atribui a realização de uma atividade sobre Números Complexos na plataforma *Google Forms*, com cinco questões de múltipla escolha e envolvendo cálculo. Além disso, o link do exercício foi postado no *WhatsApp* e no mural do *Google Classroom*. Para isso, no Quadro 5 segue a estrutura da atividade proposta no projeto:

Quadro 5 - Questões propostas no *Google Forms*



Questão 1: Resolva no caderno em $\mathbb{C}$ a equação $x^2 + 25 = 0$, que será:

- a) $\pm 5i$
- b) $\pm 4i$
- c) $\pm 6i$
- d) $\pm 7i$

Questão 2: Calcule o valor de i^{60} , de modo que o resultado é:

- a) 0
- b) 1
- c) 2
- d) 3

Questão 3: Determine o conjugado para $Z = -1 - i$, a alternativa correta é:

- a) $\bar{z} = 1 + i$
- b) $\bar{z} = 1 - i$
- c) $\bar{z} = i$
- d) $\bar{z} = -1 + i$

Questão 4: Dado dois números complexos $z_1 = 4 + 5i$ e $z_2 = -1 + 3i$, a subtração de $z_1 - z_2$ será:

- a) $2 - 3i$
- b) $5 + 2i$

- c) $1 - 4i$
d) $3 + i$

Questão 5: Calcule $z_1 + z_2$ sabendo que $z_1 = 6 + 5i$ e $z_2 = 2 - i$, o resultado é:

- a) $2 - 6i$
b) $8 + 4i$
c) $3 - i$
d) $1 + 2i$

Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

O uso do *Google Forms* permitiu a viabilidade de acesso para todos os estudantes, essa ferramenta de aprendizagem acessível e dinâmica facilitou a coleta dos resultados para a avaliação da aprendizagem.

4.4.1 Avaliação da Aprendizagem

Para análise da aprendizagem dos estudantes do 3º ano do Curso Técnico em Eletrotécnica Integrado ao Ensino Médio, foi feita uma atividade no *Google Forms*. Em conformidade com a atividade realizada, se relaciona com a análise do Quadro 6, possui o objetivo de avaliar o desempenho dos estudantes a partir dos erros e acertos na atividade.

Quadro 6 - Análise da Aprendizagem da Atividade de Números Complexos

					
HABILIDADE	Discordo Totalmente	Discordo Parcialmente	Indiferente (neutro)	Concordo Totalmente	Concordo Parcialmente
Calcular a potência da Unidade Imaginária	Percentual: 7%	Percentual: 5%	Percentual: 8%	Percentual: 67%	Percentual: 13%
Determinar o Conjugado de um Número Complexo	Percentual: 12%	Percentual: 3%	Percentual: 5%	Percentual: 80%	Percentual: 0%
Resolver operações de subtração e adição com Números Complexos	Percentual: 0%	Percentual: 0%	Percentual: 0%	Percentual: 100%	Percentual: 0%

Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

4.5 Descrição do Quinto Encontro

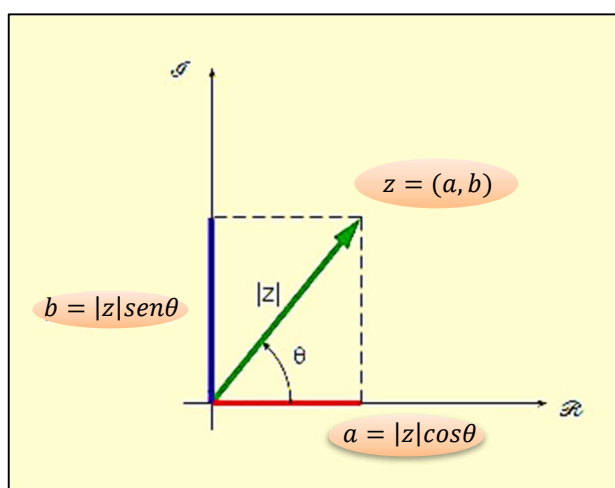
O quinto encontro corresponde as aulas V e VI, e possui a seguinte temática “Fórmula Trigonométrica de Euler”, sendo de forma síncrona. Para transmissão da aula, foi utilizado o *Google Meet* como recurso educacional e digital. Este encontro aconteceu no dia 17 de novembro de 2021, e teve início às 14:00 horas da tarde e finalizou as 15:00 horas.

A abordagem dos conceitos matemáticos consistiu: Números complexos; Formas Trigonométrica e Geométrica dos Números Complexos; Conjuntos Numéricos; História dos Números Complexos; Fórmula de Euler; Formas e Propriedades Algébricas dos Números Complexos.

4.5.1 Forma Trigonométrica e Forma Geométrica dos Números Complexos

A forma trigonométrica de um número complexo pode ser representada conforme a Figura 16:

Figura 16 - Representação Trigonométrica de Z



Fonte: Da Web (2023).

Como vimos acima, o módulo de z pode ser representado desta forma $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$, e o argumento de z por θ . Diante das fórmulas de seno e cosseno utilizadas para encontrar o argumento de z , resultando nas relações trigonométricas (IEZZI, 2013), a seguir:

$$\cos \theta = \frac{a}{|z|} \Rightarrow a = |z| \cdot \cos \theta \text{ (I)}$$

$$\operatorname{Sen} \theta = \frac{b}{|z|} \Rightarrow b = |z| \cdot \operatorname{sen} \theta \text{ (II)}$$

Substituindo (I) e (II) na forma algébrica $z = a + bi$, temos:

$$z = a + bi$$

$$z = |z| \cdot \cos \theta + |z| \cdot \operatorname{sen} \theta \cdot i$$

Portanto,

$$z = |z|(\cos \theta + \operatorname{sen} \theta \cdot i)$$

é a forma trigonométrica de z , também chamada de forma polar.

O Quadro 7 apresenta os valores dos ângulos em graus e em radianos, bem como os resultados do seno e do cosseno utilizados nas coordenadas de z na forma trigonométrica:

Quadro 7 - Ângulos Notáveis

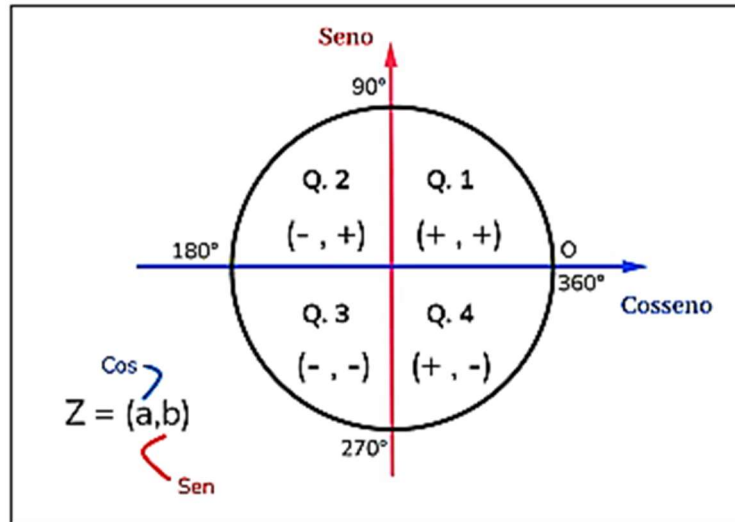
Ângulo	0°	30°	45°	60°	90°	180°	360°	720°
Radiano	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	2π	$\frac{2\pi}{3}$
Seno	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	0	-1
Cosseno	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	1	0

Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Com a forma algébrica de $z = a + bi$, este par ordenado pode ser escrito $Z(a, b)$, de modo que a representa seno e b cosseno (IEZZI, 2013). Assim os sinais de cada

quadrante correspondem a que sentido que o argumento do número complexo se localiza nas coordenadas. A Figura 17 apresenta os sinais do seno e do cosseno:

Figura 17 - Círculo Unitário Trigonométrico: Quadrantes e Sinais do Seno e Cosseno



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Em aula foi explicado aos estudantes termos importantes acima envolvendo parte por parte, e juntamente com um exercício resolvido com a turma:

Exemplo:

1) Represente os seguintes números complexos na forma trigonométrica:

a) $\sqrt{3} + i$

b) $-2i$

Resolução:

O primeiro passo é calcular o valor do módulo e do argumento dos números complexos.

a) Para $\sqrt{3} + i$, temos o $|z| = 2$ e $\theta = \frac{\pi}{6} = 30^\circ$.

Assim,

$$z = |z|(\cos \theta + \operatorname{sen} \theta \cdot i)$$

$$z = 2\left(\cos \frac{\pi}{6} + \operatorname{sen} \frac{\pi}{6} i\right)$$

Ou

$$z = 2(\cos 30^\circ + \operatorname{sen} 30^\circ i)$$

b) Para $-2i$, temos o $|z| = 2$ e $\theta = \frac{3\pi}{2} = 270^\circ$.

Assim,

$$\begin{aligned} z &= |z|(\cos \theta + \operatorname{sen} \theta \cdot i) \\ z &= 2\left(\cos \frac{3\pi}{2} + \operatorname{sen} \frac{3\pi}{2} i\right) \\ &\text{Ou} \\ z &= 2(\cos 270^\circ + \operatorname{sen} 270^\circ i) \end{aligned}$$

Após a resolução dos exemplos com os estudantes, foi proposta outra atividade durante a aula. A correção foi realizada coletivamente.

ATIVIDADE

Questão: Determine o módulo, o argumento e a forma trigonométrica do número complexo $z = 3i$.

Resolução:

O módulo é:

$$\begin{aligned} |z| &= \sqrt{a^2 + b^2} \\ |z| &= \sqrt{0^2 + 3^2} \\ |z| &= \sqrt{0 + 9} \\ |z| &= 3 \end{aligned}$$

O argumento é:

$$\begin{aligned} \cos \theta &= \frac{a}{|z|} = \frac{0}{3} = 0 \\ \operatorname{sen} \theta &= \frac{b}{|z|} = \frac{3}{3} = 1 \end{aligned}$$

A forma trigonométrica é:

$$\begin{aligned} z &= |z|(\cos \theta + \operatorname{sen} \theta \cdot i) \\ z &= 3\left(\cos \frac{\pi}{2} + \operatorname{sen} \frac{\pi}{2} i\right) \\ &\text{Ou} \\ z &= 3(\cos 90^\circ + i \cdot \operatorname{sen} 90^\circ) \end{aligned}$$

4.5.2 Conjunto dos Números Complexos

Os Números Complexos compreendem:

- Conjunto dos Números Naturais;

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3 \dots, n, \dots\}$$

- Conjunto dos Números Inteiros;

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -n, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, n, \dots\}$$

- Conjunto dos Números Racionais;

$$\mathbb{Q} = \left\{x = \frac{a}{b} \mid \text{com } a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z} \text{ e } b \neq 0\right\}$$

- Conjunto dos Números Irracionais;

$$\mathbb{I} = \left\{x \neq \frac{a}{b} \mid a \in \mathbb{Z} \text{ e } b \in \mathbb{Z}^*\right\}$$

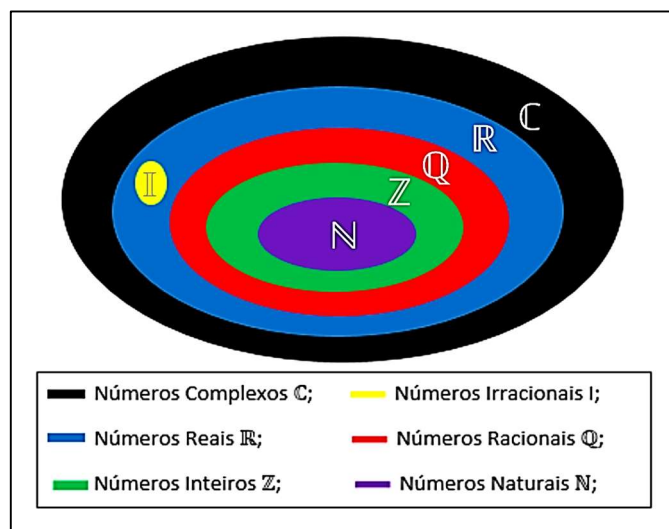
- Conjunto dos Números Reais;

$$\mathbb{R} = \{\mathbb{Q} \cup \mathbb{I}\}$$

Desta maneira, os Números Complexos englobam todos os conjuntos mencionados (Figura 18), com outros elementos que possuem a forma algébrica de $z = a + bi$, sendo:

$$\mathbb{C} = \{a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R} \text{ e } i^2 = -1\}$$

Figura 18 - Representação Conjuntos Numéricos



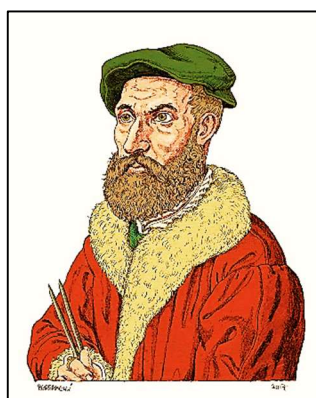
Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

4.5.3 História dos Números Complexos

- Cardano-Tartaglia

O matemático italiano Niccoló Fontana Tartaglia (Figura 19) fez uma grande descoberta em 1535, com o desenvolvimento da resolução de equações cúbicas (IEZZI, 2013; DANTE, 2016).

Figura 19 - Niccoló Fontana Tartaglia



Fonte: Da Web (2023).

Girolamo Cardano (Figura 20), matemático italiano publicou em 1545 seu exemplar “*Ars magna*” apresentava a resolução de equações de 3° e 4° graus com o método de Tartaglia. Deste modo, a fórmula ficou conhecida por “Cardano-Tartaglia”, o matemático Cardano tornou o método conhecido.

Figura 20 - Girolamo Cardano



Fonte: Da Web (2023).

Cardano utilizou a fórmula de Tartaglia para resolver uma equação de 2º grau, e mostrou a possibilidade de fazer a resolver o problema mesmo tendo termo negativos na raiz quadrada. Lembrando que os números complexos surgiram com as equações de 2º grau.

Cardano através da fórmula encontrou suporte coeficientes negativos, e os colocou visível em suas obras, onde teve sucesso, e destaque na matemática entre outros pesquisadores. Os estudos e análises descobertos, permitiram que outros matemáticos dessem continuidade as futuras conquistas para o conteúdo de Números Complexos.

- Leonhard Paul Euler

Leonhard Paul Euler (Figura 21), nasceu em Basiléia, Suíça, sendo um dos matemáticos que oportunizou obras relevantes ao progresso e entendimento sob o conhecimento abstrato e palpável, teve um número recorde de publicações, que supera outros nomes.

Figura 21 - Leonhard Paul Euler



Fonte: Da Web (2023).

Euler teve relevante participação na simbologia para a compreensão de particularidades da matemática, e são utilizadas dentre as aplicabilidades das ações humanas no dia-a-dia. Diante de diversos estudos e investigação, *Leonhard* ressalta-se que o i que substitui a $\sqrt{-1}$. De acordo com Iezzi (2016), o matemático expandiu

suas contribuições em números na forma algébrica $z = a \pm bi$, nela a e b são números reais, sendo assim $i = \sqrt{-1}$. Desse modo, *Euler* aprofundou os Números Complexos, e é conhecido como o matemático de domínio deste conhecimento.

4.5.4 Fórmula de *Euler*

A Fórmula de *Euler* é considerada uma maneira alternativa de representar um número complexo na forma trigonométrica:

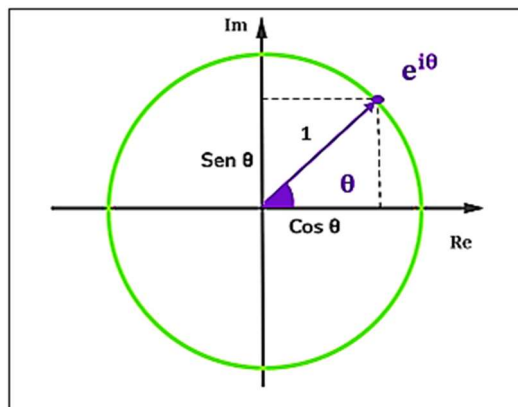
$$e^{i\theta} = \cos \theta + \text{sen } \theta \cdot i$$

Onde:

- θ é o ângulo, em que $0 \leq \theta < 2\pi$.
- e é o número de Euler.
- i é a unidade imaginária.
- $\text{sen } \theta$ e $\cos \theta$ são funções trigonométricas.

Esta fórmula pode ser demonstrada geometricamente no plano de Argand-Gauss com cada elemento contido no método criado por Leonhard Paul Euler em 1748, para o qual leva seu nome (Dante, 2016). Observa-se a simulação da fórmula de Euler (Figura 22):

Figura 22 - Representação da Fórmula de Euler



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Com todas as ações pedagógicas vivenciadas no quinto encontro, observa-se a importância da representação gráfica para demonstrações de fórmulas matemáticas, e o entendimento de conceitos científicos. Diante das colocações acima em relação as exposições dos conteúdos, nota-se que houve a explicação de conhecimentos básicos como ângulos notáveis e conjuntos numéricos, são fatores que agregam para melhor abordagem das informações.

4.6 Descrição do Sexto Encontro

No sexto encontro ocorreu a execução das aulas VII e VIII. A temática abordada foi “Forma Trigonométrica dos Complexos”, o encontro aconteceu de forma remota, de maneira síncrona. Como recurso tecnológico, foi utilizada a plataforma digital *Google Meet* para a transmissão desta aula. Este encontro foi realizado no dia 24 de novembro de 2021, com início às 14:00 horas e término às 15:00 horas.

Nesta aula revisamos o conteúdo das aulas anteriores, envolvendo as formas trigonométricas e geométricas dos números complexos; a representação no plano cartesiano; e o módulo de um número complexo. A revisão consistiu em:

- Módulo:

$$|\bar{z}| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

- Argumento:

$$\cos \theta = \frac{a}{|z|} \text{ e } \sin \theta = \frac{b}{|z|} \text{ (com } 0 \leq \theta < 2\pi).$$

- Forma Trigonométrica:

$$z = |z|(\cos \theta + \sin \theta . i)$$

A atividade proposta para resolução com a turma contém três questões descritivas, com a finalidade de envolver todo o conteúdo estudado e revisado. As questões foram passadas no final da aula, com um tempo para os estudantes analisar e tentar solucionar passo a passo do exercício a seguir:

Questão: No caderno, faça a representação geométrica e a forma trigonométrica dos seguintes números complexos:

a) $\sqrt{3} + i$

b) $-\sqrt{3} + i$

c) $\sqrt{3} - i$

d) $-\sqrt{3} - i$

Resolução:

a) $\sqrt{3} + i$

Temos o módulo:

$$\begin{aligned} |z| &= \sqrt{a^2 + b^2} \\ |z| &= \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2} \\ |z| &= \sqrt{3 + 1} \\ |z| &= \sqrt{4} \\ |z| &= 2 \end{aligned}$$

Assim, o argumento:

$$\begin{aligned} \cos \theta &= \frac{a}{|z|} = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sen \theta &= \frac{b}{|z|} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

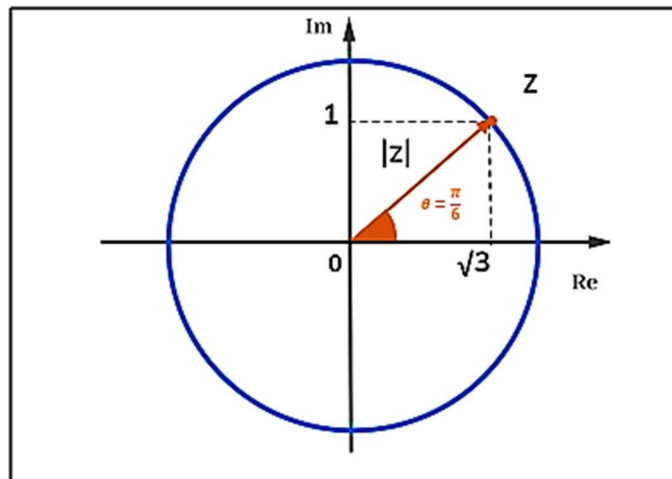
Logo, a forma trigonométrica:

$$\begin{aligned} z &= |z|(\cos \theta + \sen \theta \cdot i) \\ z &= 2\left(\cos \frac{\pi}{6} + \sen \frac{\pi}{6} i\right) \\ &\text{Ou} \end{aligned}$$

$$z = 2(\cos 30^\circ + \operatorname{sen} 30^\circ \cdot i)$$

A representação do plano de Argand-Gauss é apresentada conforme a Figura 23, a seguir:

Figura 23 - Representação $z = 2(\cos \frac{\pi}{6} + \operatorname{sen} \frac{\pi}{6} i)$.



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

b) $-\sqrt{3} + i$

O módulo de um número complexo é dado por:

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$|z| = \sqrt{(-\sqrt{3})^2 + 1^2}$$

$$|z| = \sqrt{3 + 1}$$

$$|z| = \sqrt{4}$$

$$|z| = 2$$

Temos o argumento:

$$\cos \theta = \frac{a}{|z|} = \frac{-\sqrt{3}}{2}$$

$$\operatorname{sen} \theta = \frac{b}{|z|} = \frac{1}{2}$$

Logo, a forma trigonométrica é:

$$z = |z|(\cos \theta + \operatorname{sen} \theta \cdot i)$$

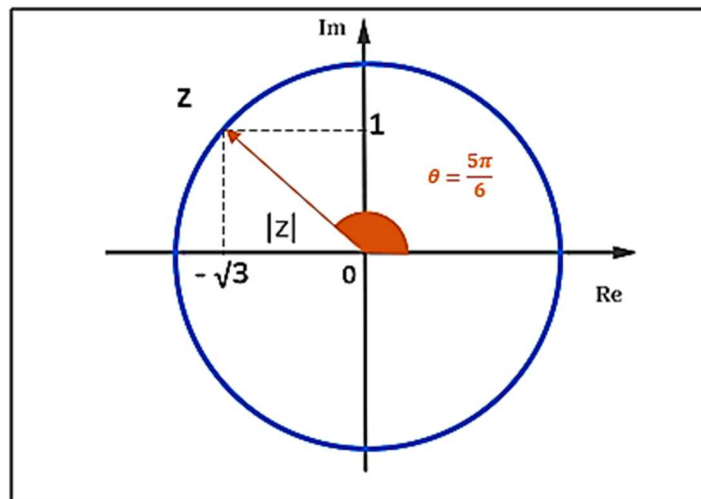
$$z = 2\left(\cos \frac{5\pi}{6} + \operatorname{sen} \frac{5\pi}{6} i\right)$$

Ou

$$z = 2(\cos 150^\circ + \operatorname{sen} 150^\circ \cdot i)$$

O plano de Argand-Gauss pode ser representado por (Figura 24):

Figura 24 - Representação $z = 2\left(\cos \frac{5\pi}{6} + \operatorname{sen} \frac{5\pi}{6} i\right)$



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

c) $\sqrt{3} - i$

Temos o módulo:

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$|z| = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + (-1)^2}$$

$$|z| = \sqrt{3 + 1}$$

$$|z| = \sqrt{4}$$

$$|z| = 2$$

Assim, o argumento:

$$\cos \theta = \frac{a}{|z|} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\operatorname{sen} \theta = \frac{b}{|z|} = \frac{-1}{2}$$

Logo, a forma trigonométrica:

$$z = |z|(\cos \theta + \operatorname{sen} \theta \cdot i)$$

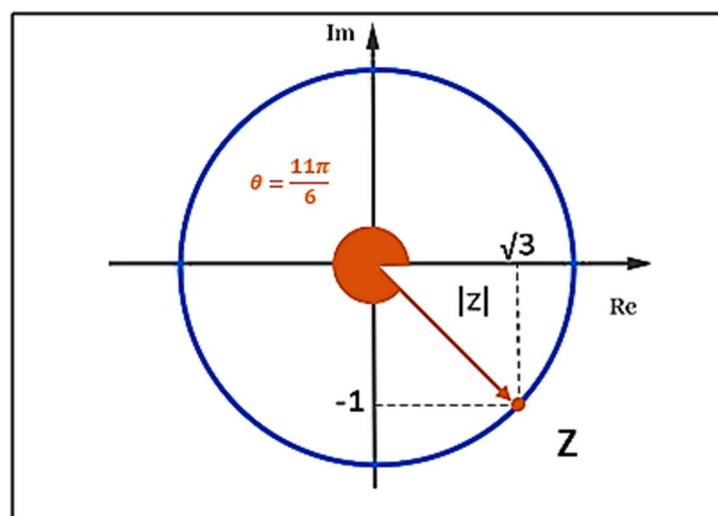
$$z = 2\left(\cos \frac{11\pi}{6} + \operatorname{sen} \frac{11\pi}{6} i\right)$$

Ou

$$z = 2(\cos 330^\circ + \operatorname{sen} 330^\circ \cdot i)$$

O plano de Argand-Gauss pode ser assim representado (Figura 25):

Figura 25 - Representação $z = 2\left(\cos \frac{11\pi}{6} + \operatorname{sen} \frac{11\pi}{6} \cdot i\right)$



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

d) $-\sqrt{3} - i$

Temos o módulo:

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$|z| = \sqrt{(-\sqrt{3})^2 + (-1)^2}$$

$$|z| = \sqrt{3 + 1}$$

$$|z| = \sqrt{4}$$

$$|z| = 2$$

Assim, o argumento:

$$\cos \theta = \frac{a}{|z|} = \frac{-\sqrt{3}}{2}$$

$$\operatorname{sen} \theta = \frac{b}{|z|} = \frac{-1}{2}$$

Logo, a forma trigonométrica:

$$z = |z|(\cos \theta + \operatorname{sen} \theta \cdot i)$$

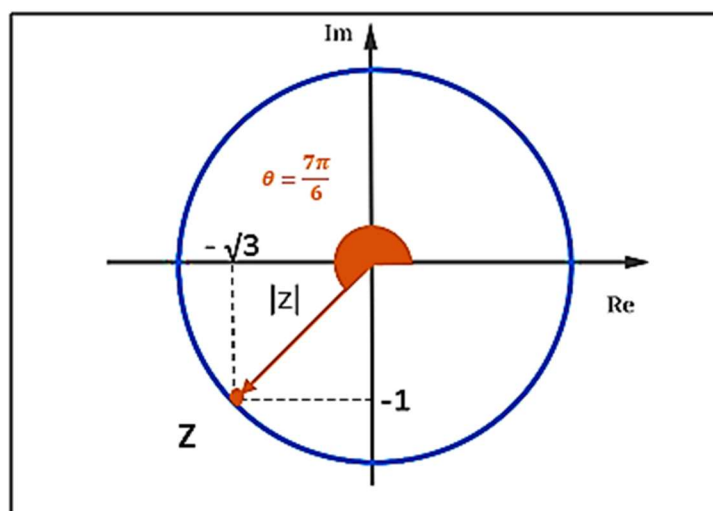
$$z = 2\left(\cos \frac{7\pi}{6} + \operatorname{sen} \frac{7\pi}{6} i\right)$$

Ou

$$z = 2(\cos 210^\circ + \operatorname{sen} 210^\circ \cdot i)$$

Então o plano de Argand-Gauss pode ser assim representado (Figura 26):

Figura 26 - Representação $z = 2\left(\cos \frac{7\pi}{6} + \operatorname{sen} \frac{7\pi}{6} \cdot i\right)$



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Esta atividade do livro didático “Matemática: Contexto e Aplicações” de Dante (2016, p. 186) foi utilizada para um melhor entendimento dos estudantes. Após a resolução das questões, foi realizada a correção da atividade, de forma dialogada, uma dinâmica para promover a troca de conhecimento.

4.7 Descrição do Sétimo Encontro

No sétimo encontro, as aulas IX e X abordaram a “História dos Números Complexos”. As aulas ocorreram de forma síncrona. Foi utilizada a plataforma de videoconferência *Google Meet* para transmitir a aula. A aula foi realizada no dia 01 de dezembro de 2021, com início às 14:00 horas e término às 15:00 horas. Este projeto proporcionou aos estudantes, conhecimentos significativos para a compreensão ampla dos Números Complexos.

Sobre a relação geométrica que envolve os Números Complexos, o matemático francês René Descartes (Figura 27) tinha domínio da geometria analítica e de equações algébricas (IEZZI, 2013; DANTE, 2016).

Figura 27 - René Descartes

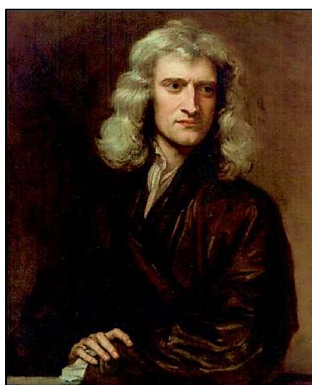


Fonte: Da Web (2023).

Em um trecho do livro *Discurso do Método*, Descartes destaca que “Nem sempre as raízes verdadeiras (positivas) ou falsas (negativas) de uma equação são reais. Às vezes elas são imaginárias” (CERRI; MONTEIRO, 2001, p.5). Contudo, *Descartes* direcionou seus estudos a investigar as equações algébricas, e deste então o termo $\sqrt{-1}$ atende pelo nome de “número imaginário” sendo uma parte importante dos números complexos, utilizava a expressão “real e imaginário”.

Em outra perspectiva, o físico e matemático Isaac Newton (Figura 28) foi um dos principais estudiosos com grandes contribuições na matemática e na física, criou métodos para resolver raízes de equações algébricas, possibilitando encontrar resultados aproximados (IEZZI, 2013; DANTE, 2016).

Figura 28 - Isaac Newton



Fonte: Da Web (2023).

Apesar de ter trilhado formas contundentes e métodos relevantes para estudo dos números complexos, Newton não prosseguiu seus estudos e análises nesta temática, por acreditar que era algo “impossível” de seguir com avanços.

O matemático alemão Hermann Hankel (Figura 29) em um de suas produções intitulada “Teoria dos Sistemas dos Números Complexos”, conseguiu resolver e explicar de forma clara problemas envolvendo números negativos. Com isso provou a existência e a veracidade dos números negativos por Hankel em 1867.

Figura 29 - Hermann Hankel



Fonte: Da Web (2023).

Hankel criou o princípio de permanência e das leis formais que estabelece um critério geral de algumas aplicações do conceito de número. Utilizou os conceitos de uniformidade, de propriedades como: associativa, comutativa, distributiva e conservação do elemento neutro nas leis formais.

Neste encontro realizou-se a abordagem da história dos números complexos. Destaca-se a relevância de se ter o diálogo aberto com os alunos, a fim de se pontuar os aspectos positivos acerca da aprendizagem para que o professor possa saber a efetividade da metodologia adotada no processo de ensino.

4.8 Descrição do Oitavo Encontro

No oitavo encontro foi realizada a abordagem das aulas XI e XII com a temática “Potenciação de Números Complexos”. As aulas ocorreram de forma síncrona durante o período remoto (espaço virtual). A plataforma digital utilizada na transmissão das aulas foi o *Google Meet*. Este encontro aconteceu no dia de 03 de dezembro de 2021, com início às 14:00 horas e término às 15:00 horas.

Como em todas as aulas do projeto “Números Complexo: *Microlearning* para uma aprendizagem significativa”, no início de cada encontro fazia-se um *feedback* da revisão dos pontos importantes referentes aos conteúdos abordados na aula anterior. Neste encontro foram revisados: a forma trigonométrica, o módulo e o argumento de um número complexo.

O estudo realizado no oitavo encontro consiste na abordagem de Potenciação de Número Complexo e na Primeira Fórmula de Moivre. Iniciamos a aula explicando as contribuições históricas do matemático Abraham de Moivre para o desenvolvimento da ciência.

4.8.1 História dos Números Complexos na Potenciação

O matemático francês Abraham de Moivre (Figura 30) desenvolveu o método em que se utiliza números complexos a partir de conceitos trigonométricos. A expressão $(\cos \theta + i \cdot \sin \theta)^n$ é considerada uma grande conquista para a matemática por conceder o processo analítico trigonométrico dos números complexos (IEZZI, 2013; DANTE, 2016).

Figura 30 - Abraham de Moivre

Fonte: Da Web (2023).

Abraham de Moivre estendeu suas descobertas e trabalhos matemáticos na Inglaterra ainda quando era jovem. Teve as influências de amigos como Isaac Newton, Edmond Halley e James Stirling. Seu trabalho brilhante incluiu obras sobre a Geometria Analítica e a Teoria de Probabilidade.

4.8.2 Potenciação dos Números Complexos

A potência de número complexo pode ser representada com z^n , sendo o n um número inteiro. A potência na forma algébrica é dada por:

$$z^n = (a + bi)^n$$

Exemplo:

1) Calcule a potências:

a) $(3 + 2i)^2$.

Temos que:

$$(3 + 2i)^2 = (3 + 2i)(3 + 2i) = 9 + 6i + 6i + 4i^2 = 9 + 2i - 4 = 5 + 2i$$

b) $(4 - i)^2$.

Temos que:

$$(4 - i)^2 = (4 - i)(4 - i) = 16 - 4i - 4i + i^2 = 16 - 8i - 1 = 15 - 8i$$

4.8.3 Primeira Fórmula de Moivre

A Primeira Fórmula de Moivre é usada para encontrar a potência de números complexos, e pode ser representada na forma trigonométrica ou polar (IEZZI, 2013; DANTE, 2016). A fórmula é:

$$z^n = |z|^n \cdot [\cos(n \cdot \theta) + i \cdot \text{sen}(n \cdot \theta)]$$

Exemplo:

1) Usando o número complexo $z = 2 - 2i$, determine a potência z^8 utilizando a Primeira Fórmula de Moivre.

Para usar a fórmula é necessário calcular o módulo do número complexo. Temos que:

$$\begin{aligned} |z| &= \sqrt{a^2 + b^2} \\ |z| &= \sqrt{2^2 + (-2)^2} \\ |z| &= \sqrt{4 + 4} \\ |z| &= \sqrt{8} \\ |z| &= 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

Também para compor com a fórmula, o cálculo de argumento deve ser realizado. Então:

$$\begin{aligned} \cos \theta &= \frac{a}{|z|} = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \text{sen } \theta &= \frac{b}{|z|} = \frac{-2}{2\sqrt{2}} = \frac{-\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

O argumento é 135° e $\frac{7\pi}{4}$.

Colocando na fórmula de Moivre com a potência z^8 , temos:

$$z^n = |z|^n \cdot [\cos(n \cdot \theta) + i \cdot \text{sen}(n \cdot \theta)]$$

$$z^8 = (2\sqrt{2})^8 \cdot \left[\cos\left(8 \cdot \frac{7\pi}{4}\right) + i \cdot \sin\left(8 \cdot \frac{7\pi}{4}\right) \right]$$

Logo, abaixo expressa a potência do número complexo através da Fórmula de *Moivre*:

$$z^8 = 4096 \cdot (\cos 14\pi + i \cdot \sin 14\pi)$$

Ao final da aula foram disponibilizados dois problemas para que os estudantes tivessem a oportunidade de utilizar a Primeira Fórmula de *Moivre* em suas resoluções. Para a demonstração das soluções, contou-se com a participação coletiva da turma de maneira que pudesse envolver os estudantes no processo de aprendizagem dos conceitos matemáticos desenvolvidos em classe.

Neste encontro, aprofundaram-se as estratégias de ensino-aprendizagem favoráveis às aulas no período remoto, além disso, propiciou-se um momento de estudo interativo e dinâmico. As aulas ministradas no ambiente virtual puderam promover uma fonte de ações práticas para o engajamento do processo de aprendizagem tanto por parte da turma de estudantes, como por parte do professor de Matemática em formação inicial.

4.9 Descrição do Nono Encontro

No nono encontro realizou-se a execução das últimas aulas do projeto de ensino “Números Complexos: *Microlearning* para uma aprendizagem significativa”. As aulas XIII e XIV em que foi abordado o conteúdo: “Radiciação dos Números Complexos”. Como em todos os encontros realizados no projeto, este também foi realizado com o auxílio da plataforma de videoconferência *Google Meet* e com o uso de plataforma digitais. O encontro ocorreu no dia 08 de dezembro, com início às 14:00 horas e término às 15:00 horas.

4.9.1 Radiciação dos Números Complexos

Dado um número complexo $z = a + bi$, com raiz enésima de z , representa-se por $\sqrt[n]{z}$, um número complexo z_k no qual promove a expressão $z_1^n = z$ (IEZZI, 2013; DANTE, 2016). Da seguinte forma:

$$\sqrt[n]{z} = z_k \Leftrightarrow z_k^n = z$$

4.9.2 Segunda Fórmula de Moivre

A segunda Fórmula de Moivre permite calcular as raízes de números complexos. Seja a forma trigonométrica de $z = |z| (\cos \theta + i \cdot \text{sen } \theta)$ e o número complexo u , sendo que $u^n = z$, de modo que u é a raiz de z , temos também as n raízes enésimas de z (DANTE, 2016):

$$u = \sqrt[n]{|z|} \left(\cos \frac{\theta + 2k\pi}{n} + i \cdot \text{sen} \frac{\theta + 2k\pi}{n} \right)$$

Exemplo:

1) Qual é a raiz quadrada do número complexo?

$$z = 16 \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \cdot \text{sen} \frac{\pi}{4} \right)$$

Resolução:

Utilizaremos a Segunda Fórmula de Moivre para a resolução. Para isso, $n = 2$ na fórmula a seguir:

$$u = \sqrt[n]{|z|} \left(\cos \frac{\theta + 2k\pi}{n} + i \cdot \text{sen} \frac{\theta + 2k\pi}{n} \right)$$

$$u = \sqrt{16} \left(\cos \frac{\frac{\pi}{4} + 2k\pi}{2} + i \cdot \text{sen} \frac{\frac{\pi}{4} + 2k\pi}{2} \right)$$

Para $k = 0$, assim:

$$u = 4 \left(\cos \frac{\pi}{2} + i \cdot \sin \frac{\pi}{2} \right)$$

$$u = 4 \left(\cos \frac{\pi}{2} + i \cdot \sin \frac{\pi}{2} \right)$$

$$u = 4 (0 + i \cdot 1)$$

Logo,

$$u = 4i$$

Destaca-se que utilizamos a Primeira Fórmula de *Moivre* na revisão dos conteúdos na aula. Isso possibilitou o estudante a ter êxito na compreensão ampla do conteúdo de Números Complexos. Foi possível utilizar a teoria para o uso dos conceitos e analisar o passo a passo da resolução da questão demonstrada em aula.

Conclui-se que as metodologias ativas associada ao *Mobile Learning*, *Microlearning*, Aprendizagem Baseada em Projetos (PBL), Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP), *Softwares*, Jogos Digitais e Aplicativos acorra-se como ações pedagógicas transformadoras durante a execução do projeto de ensino. Com estes recursos pode-se possibilitar uma aprendizagem favorável e de fácil acesso ao público alvo do projeto por meio das aulas do projeto de ensino.

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

As atividades desenvolvidas através do projeto de ensino “Números Complexos: *Microlearning* para uma aprendizagem significativa” foram pertinentes para estimular o uso de metodologias ativas, em destaque para a Aprendizagem Baseada em Problemas – ABP (*Problem Based Learning* – PBL) e também para o *Mobile learning* (*m-learning*) (MORÁN, 2015; BORBA *et al.*, 2016). Nesse sentido, o plano pedagógico do projeto envolveu uma análise da aprendizagem sobre Números Complexos de acordo com saberes prévios dos estudantes e de maneira significativa, estando estes mobilizados pelo conhecimento técnico empreendido no Ensino Médio Integrado.

Desse modo, ressalta-se a utilização do PBL como um modelo de ensino que consiste em “permitir que os alunos confrontem as questões e os problemas do mundo real que consideram significativos, determinando como abordá-los e, então, agindo de forma cooperativa em busca de soluções” (BENDER, 2014, p. 9).

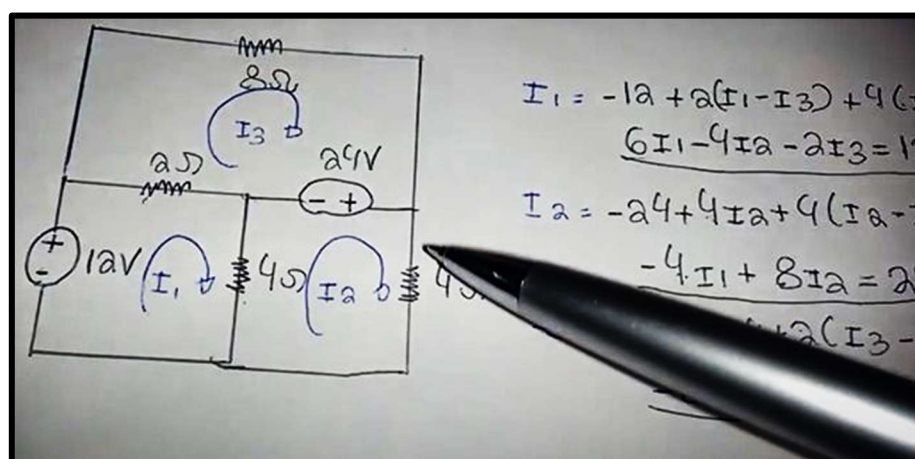
Portanto, a abordagem do PBL na atividade foi importante para a construção e execução do projeto de ensino, uma vez que a proposta da ação pedagógica foi mobilizada pelos estudantes, ocasião em que se buscavam soluções para o déficit nas aulas, além do retardo das aulas e conseqüentemente ausência de aprendizagem e mobilidade dos saberes matemáticos.

A proposta pedagógica, apoiada ao uso do PBL, permitiu que os estudantes compreendessem que problemas reais podem ser resolvidos no processo de aprendizagem a partir das singularidades existentes do ensino, inclusive, sob aspectos da metodologia ativa ABP. Esses aspectos estão presentes nos relatos dos estudantes:

- Acho que a iniciativa do projeto é bastante válida, criativa e efetiva. Consegui adaptar todo um bimestre para este formato em tão pouco tempo. Estou adorando o projeto. As aulas são muito bem explicadas. (ALUNO I).
- Está sendo ótimo, estou aprendendo e lembrando vários conteúdos. Além de atender as necessidades do que é cobrado no curso de Eletrotécnica, especialmente nas disciplinas da área técnica. (ALUNO II).

Dessa forma, a ABP também trouxe contribuições para a resolução de problemas num contexto interdisciplinar, tendo em vista o eixo temático abordado. A Figura 31 representa os resultados da abordagem pela ABP. Nela, vê-se a resolução de um problema real que envolve o conteúdo de Eletromagnetismo (Circuito Elétrico), proposto por um estudante do Curso Técnico em Eletrotécnica Integrado ao Ensino Médio. Na resolução, é possível compreender a relação que é criada pelo estudante ao relacionar conhecimentos de diversas áreas, como Matrizes, Determinantes, Sistemas Lineares, Números Complexos e Eletricidade de Corrente Alternada.

Figura 31 - Abordagem da ABP na resolução de um problema sobre Circuitos Elétricos



Fonte: Material coletado durante a pesquisa pelos autores (2021).

As experiências mobilizadas nas ações pedagógicas manifestaram complexidades que a Matemática apresenta, sobretudo quanto às dificuldades de compreensão pelos estudantes de conteúdos matemáticos e definições científicas (CARVALHO, 2011). Por isso, o uso de aplicativos foi um recurso didático-pedagógico que facilitou o entendimento dos conhecimentos sobre Números Complexos e possibilitou a visualização dinâmica dos procedimentos matemáticos, como visto nos comentários dos estudantes:

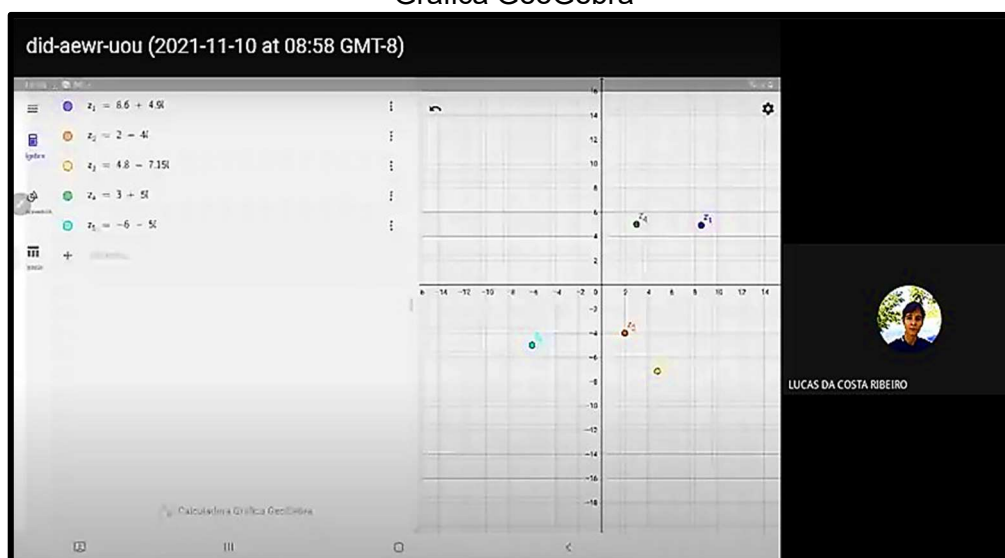
- Bem legal as funcionalidades da representação que o aplicativo faz, agora consigo compreender melhor certos conceitos. (ALUNO III).
- Com essa dinâmica da visualização consigo aprender de um jeito divertido. (ALUNO IV).

Por meio dos relatos dos alunos III e IV, percebe-se que o uso dos aplicativos móveis enquanto ferramentas educacionais auxiliaram no ensino-aprendizagem de

Matemática. Isso corrobora com as contribuições da utilização dos *apps*, pois “o uso de um aplicativo com suporte em dispositivos móveis provoca o fortalecimento da aprendizagem e a gamificação como elemento pode melhorar o engajamento dos alunos no processo educacional” (PINHEIRO; SERUFFO; PIRES, 2019, p. 244).

A representação da localização da parte numérica e da parte real de um número complexo como coordenada no plano de *Argand-Gauss* (conforme a Figura 30) permitiu *uma* melhor compreensão e interpretação desses pontos, inclusive quanto à formação dos ângulos no eixo das abscissas e das ordenadas, o que configura no seno e no cosseno do ângulo projetado. A Figura 32 mostra a representação das coordenadas dos números complexos no plano de *Argand-Gauss* com o auxílio do *software* Calculadora Gráfica GeoGebra:

Figura 32 - Representação de coordenadas no plano de Argand-Gauss no *app* Calculadora Gráfica GeoGebra

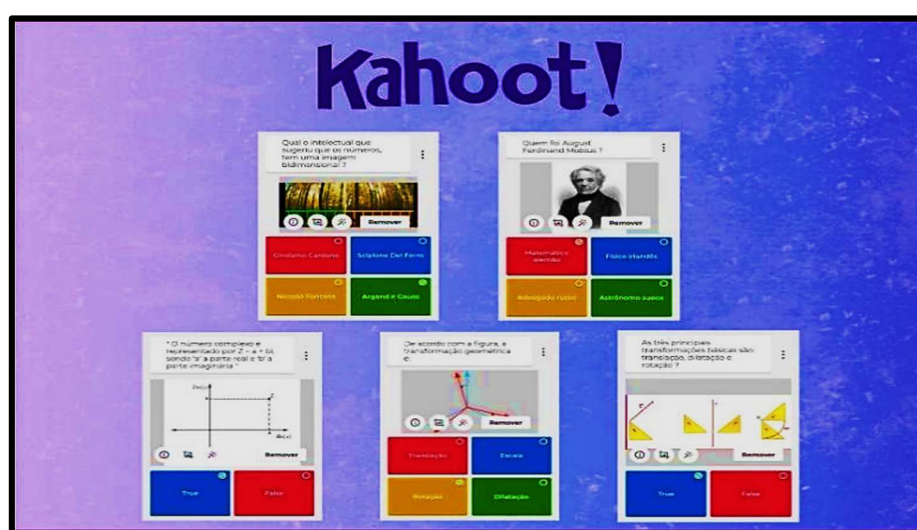


Fonte: Print Screen da interface do *app* Calculadora Gráfica GeoGebra (2021).

Verifica-se, com essa prática metodológica, que a utilização de softwares e jogos na proposta educacional permitiu “[...] o desenvolvimento tecnológico unido à matemática de forma prática e palpável, que objetiva um melhor letramento matemático” (ANDRADE, 2019, p. 43). Ainda se observou que, com a interatividade dos *apps*, o envolvimento da dinamicidade de competências e habilidades viabilizam a resolução de problemas complexos e desafiadores, o que permite que os estudantes se tornem ativos e participativos na construção de conceitos, como sujeitos protagonistas, reflexivos e críticos.

Nesse sentido, a atividade proposta na plataforma virtual *Kahoot!* permite ao professor “identificar informações úteis para uma avaliação diagnóstica ou formativa do aluno, avaliar o progresso da aprendizagem e direcionar melhor as futuras aulas” (CARNEIRO, 2020, p. 57). O jogo *Kahoot!* foi utilizado no projeto de ensino para verificar também a avaliação da aprendizagem, favorecer um aprendizado colaborativo, além de proporcionar desafio, fantasia e curiosidade. A Figura 33 apresenta o *layout* do jogo.

Figura 33 - Layout do jogo Kahoot!



Fonte: Elaborado pelos autores (2022).

Para fins de consolidação de saberes matemáticos dos estudantes, foram utilizadas as plataformas digitais *Kahoot!* e *Google Forms* para a resolução de problemas e de atividades durante as aulas assíncronas. Com isso, o uso do jogo *Kahoot!* envolveu a translação, as transformações geométricas, a dilatação, a rotação e o plano de *Argand-Gauss*, conforme as aulas I e II. Outra atividade, proposta no *Google Forms* relacionou a temática Conjugado dos Números Complexos e as Operações com Números Complexos, abordadas nas aulas I e III.

O *spoiler* do jogo *Kahoot!* ocorre quando “[...] a sala de aula é transformada em um ambiente de jogo, essa fantasia é aprimorada por meio de áudios e gráficos, pontos, placares e pódio, que devem contribuir para um aprendizado divertido e positivo” (CARNEIRO, 2020, p. 35). O jogo provocou o engajamento da turma, pois cerca de 82,3% dos estudantes que participaram da atividade acertaram todas as questões propostas no *app Kahoot!* e relacionaram a temática Conjugado dos

Números Complexos e as Operações com Números Complexos, abordadas nas aulas I e III.

Cabe esclarecer que, durante a execução do projeto de ensino, pode-se verificar a dificuldade dos estudantes em compreender a Primeira fórmula de Moivre. Inclusive, destaca-se uma gama de conceitos que se exige saber e/ou conhecer para a resolução da potenciação de Números Complexos na forma trigonométrica. Observou-se também a falta de entendimento por parte de alguns estudantes durante o processo de resolução dos problemas que envolviam a Segunda Fórmula de Moivre, uma vez que devem ser realizadas operações e propriedades matemáticas de acordo com a ordem em que aparecem no decorrer da resolução das raízes enésimas de Números Complexos.

Enfatiza-se também, o esforço dos estudantes em participar das aulas, uma vez que alguns dos estudantes trabalhavam ou mesmo realizavam estágio em empresas, mas mesmo assim estavam sempre presentes nas aulas. Parte dos estudantes apresentavam dificuldades com a conexão à internet. Além disso, todos os estudantes possuíam algum tipo de dispositivo para assistirem às aulas que foram realizadas na modalidade remota, de forma síncrona e as atividades que foram realizadas de forma assíncrona.

Portanto, a proposta educacional envolve a relevância do *mobile learning* e das metodologias ativas, pois reflete a necessidade do aluno em participar de um ambiente educacional que impulsiona práticas pedagógicas diferenciadas. O projeto de ensino contribuiu para um relato da prática pedagógica com o uso do *mobile learning* e de metodologias ativas e, além disso, possibilitou experiências exitosas por parte não somente da equipe, mas também dos alunos participantes, o que proporcionou uma educação de qualidade.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho enfatizou algumas experiências pedagógicas vivenciadas no IFTO, *Campus* Palmas, durante as atividades realizadas no projeto de ensino “Números Complexos: *Microlearning* para uma aprendizagem significativa”, que contemplou os estudantes do 3º ano do Curso Técnico em Eletrotécnica do E.M.I., no IFTO.

Dentre os métodos eficazes que contribuíram para a prática docente, destacam-se as abordagens do *mobile learning* e das metodologias ativas no ensino de Números Complexos. Para além de uma formação integral e uma emancipação humana do estudante, a proposta pedagógica viabilizou o processo teórico-prático da concepção de mundo em toda a sua totalidade, a sociabilidade dos modos de desenvolvimento e produção intelectual do indivíduo.

Esta pesquisa também apresentou um viés colaborativo para o ensino de matemática por meio de práticas pedagógicas diferenciadas. Portanto, este relato aponta a importância do uso de metodologias ativas e do *mobile learning* para a compreensão de Números Complexos na Educação Básica, Profissional e Tecnológica, porém, ressalta-se que esta proposta educacional pode ser utilizada também em outros segmentos da educação e em outras áreas do conhecimento.

Enfatiza-se que as atividades realizadas apresentaram importante viabilidade para a aprendizagem dos estudantes, principalmente na resolução de problemas. Esta proposta surgiu como ancoradouro para a “recuperação” de conteúdos e para a redução dos impactos dos prejuízos causados na educação, em especial, no componente curricular Matemática, durante o Ensino Remoto Emergencial.

Observa-se que alcançou-se o objetivo deste estudo, uma vez que este estudo buscou compreender a aprendizagem de jovens estudantes mobilizada pelo uso de dispositivos móveis que envolvem a temática Números Complexos, mediante a utilização de metodologias ativas.

Por fim, ressalta-se que este projeto oportunizou aos estudantes a interação, a motivação e o engajamento na conclusão do Nível Médio, além de possibilitar o aprimoramento dos seus conhecimentos para a realização das avaliações externas e para facilitar o ingresso nos cursos de Nível Superior. Desse modo, sob uma perspectiva visionária, a realização desta atividade pedagógica também possibilita(ou) o combate à evasão escolar, às desigualdades, ao desenvolvimento de

doenças psicológicas, ao desânimo e desinteresse para com os estudos, além de permitir e favorecer a inclusão social e tecnológica no ambiente educacional.

REFERÊNCIAS

- ANDRADE, R. S. de. O uso de aplicativos móveis para o ensino e aprendizagem de matemática em turmas do ensino médio e superior de matemática. **Revista Projeção e Docência**, v. 10, n. 2, p. 31-41, 2019. Disponível em: <http://revista.faculdadeprojecao.edu.br/index.php/Projecao3/article/view/1406>. Acesso em: 5 ago. 2022.
- BACICH, L.; MORAN, J. **Metodologias ativas para uma educação inovadora**: uma abordagem teórico-prática. Porto Alegre: Penso, 2018.
- BENDER, W. N. **Aprendizagem baseada em projetos**: educação diferenciada para o século XXI. Porto Alegre: Penso, 2014.
- BORBA, M. C.; ASKAR, P.; ENGELBRECHT, J.; GADANIDIS, G.; LLINARES, S.; AGUILAR, M. S. Blended learning, e-learning and mobile learning in mathematics education. **ZDM Mathematics Education**, v. 48, n. 5, p. 589-610, jun. 2016. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11858-016-0798-4>.
- BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Matriz de Referência para o ENEM 2020**. Brasília: INEP/MEC, [2020]. Disponível em: https://download.inep.gov.br/download/enem/matriz_referencia.pdf. Acesso em: 30 jul. 2022.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518-versaofinal_sit e.pdf. Acesso em: 20 jul. 2022.
- BUCHEM, I.; HAMELMANN, H. Microlearning: a strategy for ongoing professional development. **eLearning Papers**, n. 21, p. 1-15, set. 2010.
- CARMO, M. P., MORGADO, A. C., WAGNER, E. **Trigonometria - Números Complexos**, IMPAVITAE, 1992.
- CARNEIRO, Jaíne. **O uso do Kahoot! e do Ensino Híbrido como ferramentas de ensino e da aprendizagem em Matemática**. 102 fl. 2020. Orientadora: Scheila Valechenski Biehl. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2020. Disponível em: <http://tede2.uepg.br/jspui/handle/prefix/3257>. Acesso em: 25 jul. 2023.
- CARVALHO, D. L. **Metodologia do Ensino da Matemática**. São Paulo: Cortez, 2011.
- CERRI, Cristina; MONTEIRO, Martha S. **História dos Complexos**. 2001. 13 p. Artigo (Instituto de Matemática e Estatística) - Universidade de São Paulo, São Paulo, 2001. Disponível em: <https://www.ime.usp.br/~martha/caem/complexos.pdf>. Acesso em: 04 nov. 2018.

DANTE, L. R. **Matemática: Contexto & Aplicações**. v. 3. 3. ed. São Paulo: Ática, 2016.

DIESEL, A.; BALDEZ, A.L.S.; MARTINS, N. Os princípios das metodologias ativas de ensino: uma abordagem teórica. **Revista Thema**, v. 14, n. 1. p. 268-288, 2017. DOI: <https://doi.org/10.15536/thema.14.2017.268-288.404>.

DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. In: MACHADO, S. D. A. (org.). **Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica**. 2. ed. Campinas, São Paulo: Papirus, 2003, p. 11-33.

FELTES, C. M.; PUHL, C. S. Estudo dos Prismas: compreendendo por meio de modelos matemáticos. **Scientia cum Industria**, v. 5, n. 3, p. 151-155, 2017. DOI: <http://dx.doi.org/10.18226/23185279.v5iss3p151>.

FIGUEIREDO, M. J. G.; GODEJORD, B.; RODRIGUES, J. I. R.; GONZÁLEZ-PÉREZ, A. MILAGE APP: Mobile Learning of Mathematics. In: **EDULEARN 16 Proceedings**, 8th International Conference on Education and New Learning Technologies, Barcelona, 4-6 jul. 2016, p. 8863-8872. DOI: <http://dx.doi.org/10.21125/edulearn.2016.0937>.

IEZZI, Gelson. Fundamentos de matemática elementar 6: complexos, polinômios, equações. 8. ed. São Paulo: Atual, 2013.

JOMAH, O.; MASOUD, A. K.; KISHORE, X. P.; AURELIA, S. Micro Learning: A Modernized Education System. **BRAIN: Broad Research in Artificial Intelligence and Neuroscience**, v. 7, n. 1, p. 103-110, 14 mar. 2016. Disponível em: <https://lumenpublishing.com/journals/index.php/brain/article/view/1986>. Acesso em: 23 out. 2022.

MAGALHÃES, W. de A. M.; PEREIRA, A. L. S. O uso da aprendizagem baseada em problemas no ensino técnico: projetos integradores como experiência interdisciplinar. **Educitec: Revista de Estudos e Pesquisas sobre Ensino Tecnológico**, Manaus, v. 5, n. 12, 2019. DOI: <https://doi.org/10.31417/educitec.v5i12.836>.

MORÁN, J. M. Mudando a educação com metodologias ativas. In: SOUZA, C. A. de; MORALES, O. E. T. (org.). **Convergências Midiáticas, Educação e Cidadania: aproximações jovens**, v. 2, Coleção Mídias Contemporâneas. Ponta Grossa: Foca Foto, PROEX/UEPG, 2015.

MOREIRA, M. A. **Teorias de aprendizagem**. 2. ed. São Paulo: EPU, 2011.

MUSSI, R. F. F.; MUSSI, L. M. P. T.; ASSUNÇÃO, E. T. C.; NUNES, C. T. Pesquisa Quantitativa e/ou qualitativa: distanciamentos, aproximações e possibilidades. **Revista Sustinere**, Rio de Janeiro, v. 7, n. 7, p. 414-430, 2019. DOI: <https://doi.org/10.12957/sustinere.2019.41193>.

RODRIGUES, Claudina Izepe; OLIVEIRA, Edmundo Capelas de; REZENDE, Eliane Quelho Frota; QUEIROZ, Maria Lúcia Bontorim de. Transformação de *Möbius*.

Matemática Multimídia, 2012. Disponível em: https://m3.ime.unicamp.br/arquivos/1037/transformacao_de_mobius---o_experimento.pdf. Acesso em: 18 de jul. de 2023.

PERES, M. P.; PEREIRA, A. L. S.; MAGALHÃES, W. A. M. Interdisciplinaridade no Ensino Técnico: Uma Exposição de Arte Como Projeto Integrador. *In: JICE - JORNADA DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA E EXTENSÃO*, 10., 2019, Palmas. **Anais** [...]. Palmas: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins, 2019. p. 1-8. Disponível em: <https://propi.ifto.edu.br/ocs/index.php/jice/10jice/paper/view/9595>. Acesso em: 10 ago. 2022.

PINHEIRO, P. S. B.; SERUFFO, M. C. R.; PIRES, Y. P. Experience of Using na Educational Application for Mobile Devices in the Municipality of Castanhal. **Brazilian Journal of Computers in Education**, v. 3, n. 27, p. 242-264, 2019. DOI: <https://doi.org/10.5753/RBIE.2019.27.03.242>.

PUHL, Cassiano Scott. Gauss e Números Complexos. YouTube, 18 de mar de 2012. Disponível em: https://youtu.be/M_wA023mnhl. Acesso em: 20 de jul. de 2023.

SANTAELLA, Lucia. **Comunicação ubíqua**: repercussões na cultura e na educação. São Paulo: Paulus, 2013.

SANTANA, P. F. C.; FORTES, D.; PORTO, R. A. Jogos digitais: a utilização no processo Ensino Aprendizagem. **RIOS: Revista Científica da Faculdade Sete de Setembro**, v. 10, n. 10, p. 218-229, 2016. Disponível em: <https://www.publicacoes.unirios.edu.br/index.php/revistarios/article/view/524>. Acesso em: 30 jul. 2022.

SILVA, J. L.; OLIVEIRA, C. A. de. Possibilidades pedagógicas do uso das tecnologias móveis no ensino de Matemática na perspectiva da m-learning. **BoEM: Boletim online de Educação Matemática**, Joinville, v. 6, n. 11, p. 200-221, out. 2018. DOI: <https://doi.org/10.5965/2357724X06112018200>.

SOUSA, E. D; MACHADO, H. L. D; SANTOS, C. G. O; ROSA, I. R; WOBETO, R. Unicálculo: prática pedagógica baseada numa metodologia ativa. **Revista Anápolis Digital**, Anápolis, v. 9, n. 2, p. 1-16, 2019. Disponível em: <https://portaleducacao.anapolis.go.gov.br/revistaanapolis/wpcontent/uploads/2023/vo19/04.pdf>. Acesso em: 13 set. 2022.

STOCKER, L. O que é microlearning, seus benefícios e como aplicar na prática (com exemplos). **Criativa EaD**, 2018. Disponível em: <https://criativaead.com.br/blog/o-que-e-microlearningbeneficios-e-praticas>. Acesso em: 29 jun. 2022.

YIN, R. K. **Pesquisa qualitativa do início ao fim**. Porto Alegre: Penso, 2016.

ANEXO A — HOMOLOGAÇÃO DO PROJETO DE ENSINO

27/10/2021 19:48

SEI/IFTO - 1435496 - Etapas do Edital



Ministério da Educação
Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins
Reitoria

EDITAL Nº 76/2021/REI/IFTO, DE 20 DE OUTUBRO DE 2021 PUBLICAÇÃO DA HOMOLOGAÇÃO DAS INSCRIÇÕES DAS PROPOSTAS DE PROJETOS DE ENSINO

SELEÇÃO COMPLEMENTAR DE PROJETOS DE ENSINO NO ÂMBITO DO INSTITUTO FEDERAL DO TOCANTINS A SEREM CONTEMPLADOS COM APOIO FINANCEIRO INSTITUCIONAL

A REITORA EM SUBSTITUIÇÃO DO INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO TOCANTINS, nomeada pela Portaria REI/IFTO nº 810/2021, de 22 de outubro de 2021, publicada no Diário Oficial da União de 25 de outubro de 2021, seção 2, no uso de suas atribuições legais e regimentais, torna pública a homologação das inscrições das propostas de projetos de ensino referentes ao edital de seleção complementar de projetos de ensino no âmbito do Instituto Federal do Tocantins, a serem contemplados com apoio financeiro institucional, executáveis no ano letivo de 2021, conforme segue:

1. INSCRIÇÕES DAS PROPOSTAS DE PROJETOS DE ENSINO HOMOLOGADAS

Item	Título do Projeto	Unidade	Proponente	Situação
1	Números Complexos: Microlearning para uma aprendizagem significativa	Campus Palmas	Antônia Lília Soares Pereira	Homologada
2	Horta vertical sustentável: faça você mesmo.	Campus Avançado Formoso do Araguaia	Aline Torquato Tavares	Homologada

Palmas, 27 de outubro de 2021.

TÁVILLA CAROLINA COELHO CARMO
Reitora em substituição do Instituto Federal do Tocantins



Documento assinado eletronicamente por **Távilla Carolina Coelho Carmo, Reitora em Substituição**, em 27/10/2021, às 17:02, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site http://sei.iftoc.edu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **1435496** e o código CRC **354330D5**.

27/10/2021 19:48

SEI/IFTO - 1435496 - Etapas do Edital

Avenida Joaquim Teotônio Segurado, Quadra 202 Sul, ACSU-SE 20, Conjunto 1, Lote 8 - Plano Diretor
Sul — CEP 77020-450 Palmas/TO — 6332292200
portal.iftto.edu.br — reitoria@iftto.edu.br

Referência: Processo nº 23235.011908/2021-23

SEI nº 1435496

ANEXO B – CERTIFICADO: MONITOR DO PROJETO DE ENSINO

	Projeto de Ensino Números Complexos: Microlearning para uma aprendizagem significativa CERTIFICADO
	
INSTITUTO FEDERAL Tocantins	
CERTIFICAMOS que LUCAS DA COSTA RIBEIRO participou do(a) Projeto de Ensino Números Complexos: Microlearning para uma aprendizagem significativa, como Monitor(a) do(a) Curso: Projeto de Ensino Números Complexos: Microlearning para uma aprendizagem significativa, realizado no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins - Campus Palmas no período de 29/10/21 a 17/12/21 com carga horária de 30 Horas	
 Wendell Eduardo Moura Costa Diretor Geral	 Frank Toshimi Tamba Diretor de Extensão
Autenticação: https://si.ifo.edu.br/evento/validar_certificado/7858006103	

ANEXO C – CERTIFICADO: COLABORADOR DO PROJETO DE ENSINO

	Projeto de Ensino Números Complexos: Microlearning para uma aprendizagem significativa CERTIFICADO
	
	INSTITUTO FEDERAL Tocantins
CERTIFICAMOS que LUCAS DA COSTA RIBEIRO participou como Colaborador, do(a) Projeto de Ensino Números Complexos: Microlearning para uma aprendizagem significativa, realizado(a) no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins - Campus Palmas no período de 29/10/21 a 17/12/21, com carga horária de 30 horas.	
 Wendell Eduardo Moura Costa Diretor Geral	 Frank Toshimi Tamba Diretor de Extensão
Autenticação: https://si.ifo.edu.br/evento/validar_certificado/6891200975	

ANEXO D – CERTIFICADO: PUBLICAÇÃO DO RESUMO NA CONLINPS

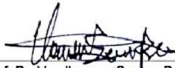


I Congresso Nacional On-line
de Licenciaturas e Pesquisas
Acadêmicas - **CONLINPS**

Certificado

Certificamos que o trabalho intitulado **A ABORDAGEM DO MICROLEARNING E DA APRENDIZAGEM BASEADA EM PROBLEMAS NO ENSINO DE NÚMEROS COMPLEXOS** do tipo **RESUMO SIMPLES** de autoria de **ANTONIA LILIA SOARES PEREIRA, LUCAS DA COSTA RIBEIRO** foi aprovado e publicado nos anais do I Congresso Nacional On-line de Licenciaturas e Pesquisas Acadêmicas On-line, através da Revista Multidisciplinar de Educação e Meio Ambiente (ISSN: 2675-813X) no seu Volume 3, número 2.

Fortaleza/CE, 13 de julho de 2022.



Prof. Dr. Vandergue Santos Pereira
Coordenador do evento
Instituto Multiprofissional de Ensino - IME
CNPJ: 36.773.074/0001-08



Instituto
Multiprofissional de Ensino

SOMOS ASSOCIADOS



ABED
ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA
DE EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA



CÓDIGO DO CERTIFICADO: EMKAX-CQ2EU-562CM-63M21

VERIFIQUE AUTENTICIDADE EM: <https://ime.events/certificado/validar/EMKAX-CQ2EU-562CM-63M21>

ANEXO E – CERTIFICADO: APRESENTAÇÃO ORAL NA CONLINPS

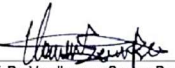


I Congresso Nacional On-line
de Licenciaturas e Pesquisas
Acadêmicas - **CONLINPS**

Certificado

Certificamos para os devidos fins que o trabalho intitulado "**A ABORDAGEM DO MICROLEARNING E DA APRENDIZAGEM BASEADA EM PROBLEMAS NO ENSINO DE NÚMEROS COMPLEXOS**" de autoria de **ANTONIA LILIA SOARES PEREIRA, LUCAS DA COSTA RIBEIRO** foi apresentado na modalidade "**APRESENTAÇÃO ORAL**" durante o I Congresso Nacional On-line de Licenciaturas e Pesquisas Acadêmicas On-line, realizado no período de 20 a 23 de junho de 2022.

Fortaleza/CE, 24 de junho de 2022.



Prof. Dr. Vandergue Santos Pereira
Coordenador do evento
Instituto Multiprofissional de Ensino - IME
CNPJ: 36.773.074/0001-08



Instituto
Multiprofissional de Ensino

SOMOS ASSOCIADOS



ABED
ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA
DE EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA



CÓDIGO DO CERTIFICADO: 0A0X1-DKAKQ-GAWN6-MKY0Q

VERIFIQUE AUTENTICIDADE EM: <https://ime.events/certificado/validar/0A0X1-DKAKQ-GAWN6-MKY0Q>

ANEXO F – RESUMO: A ABORDAGEM DO MICROLEARNING E DA APRENDIZAGEM BASEADAS EM PROBLEMAS NO ENSINO DE NÚMEROS COMPLEXOS

Revista Multidisciplinar de Educação e Meio Ambiente

DOI: 10.51189/conlinps/7653



A ABORDAGEM DO MICROLEARNING E DA APRENDIZAGEM BASEADA EM PROBLEMAS NO ENSINO DE NÚMEROS COMPLEXOS

ANTÔNIA LÍLIA SOARES PEREIRA; LUCAS DA COSTA RIBEIRO

Introdução: Os Números Complexos compreendem o universo dos números que se expande além dos números reais. Por isso, esta temática apresenta complexidades aos estudantes, principalmente quanto à compreensão das definições, conceitos e propriedades matemáticas. Sendo assim, para minimizar as dificuldades do ensino-aprendizagem desse conteúdo, pensou-se na execução do projeto de ensino “*Números Complexos: Microlearning para uma aprendizagem significativa*” voltado para os estudantes do 3º ano do Curso Técnico em Eletrotécnica Integrado ao Ensino Médio, do Instituto Federal do Tocantins, Campus Palmas. A pesquisa foi desenvolvida durante o período das aulas remotas, devido o isolamento social provocado pela pandemia de COVID-19. **Objetivo:** O objetivo da pesquisa consistiu em proporcionar contextos dinâmicos motivacionais de aprendizagem em Matemática. Dentre os objetivos específicos, destacam-se: possibilitar a recuperação de conteúdos por meio da integração de currículo da Matemática com a área técnica para a aprendizagem significativa dos estudantes da Educação Profissional e Tecnológica; aprimorar o conhecimento técnico-científico nas Ciências Exatas e envolver o uso das ferramentas didático-tecnológicas para o ensino-aprendizagem. **Metodologia:** A pesquisa é de abordagem qualitativa, de cunho descritivo e analítico. A metodologia adotada durante o desenvolvimento do projeto constituiu-se na Aprendizagem Baseada em Problemas ou *Problem Based-Learning* (ABP) que favoreceu o engajamento aos estudantes para tornarem-se protagonistas das soluções para os problemas levantados. Na abordagem metodológica, também considerou-se o *Microlearning*, para o ensino dos conteúdos mínimos, sem limitação aos conteúdos máximos como forma de facilitação da aprendizagem por meio de atividades integradas com a finalidade de tornar as aulas mais ativas e dinâmicas. **Resultados:** O estudo mostrou como resultados que a aplicabilidade da ABP e do *Microlearning* no ensino dos Números Complexos propiciou um espaço educacional ativo, abrangeu várias possibilidades metodológicas, viabilizou o estudo técnico-científico e oportunizou propostas pedagógicas integradoras que permitiram um processo educacional eficaz. **Conclusão:** Portanto, conclui-se que o projeto de ensino foi um ancoradouro para a solução do *déficit* de aprendizagem em Matemática, pois, possibilitou a recuperação dos conteúdos perdidos, diminuiu os impactos dos prejuízos na educação durante as aulas remotas e abriu espaços para uma aprendizagem significativa e de qualidade.

Palavras-chave: Aprendizagem baseada em problemas, Microlearning, Números complexos.

ANEXO G – CARTA DE ACEITE DO RELATO DE EXPERIÊNCIA NO COINTER PDVL 2023



COINTER PDVL 2023

X CONGRESSO INTERNACIONAL DAS LICENCIATURAS
Edição Presencial Recife (PE) 29, 30 de nov a 1 de dez
ISSN: 2358-9728 | PREFIXO DOI: 10.31692/2358-9728

Recife, 29 de outubro de 2023.

CARTA DE ACEITE

Lucas da Costa Ribeiro seu trabalho intitulado **PROJECT BASED LEARNING: UM RELATO DE EXPERIÊNCIA PEDAGÓGICA DE UM PROFESSOR DE MATEMÁTICA EM FORMAÇÃO INICIAL**, de autoria de Lucas da Costa Ribeiro, Antônia Lília Soares Pereira, foi **ACEITO** para compor o X Congresso Internacional das Licenciaturas, que acontecerá de forma presencial no Kastel Manibu - RECIFE - PE - BRASIL, entre os dias 29 de novembro a 01 de dezembro de 2023.

Trabalho: “PROJECT BASED LEARNING: UM RELATO DE EXPERIÊNCIA PEDAGÓGICA DE UM PROFESSOR DE MATEMÁTICA EM FORMAÇÃO INICIAL”

Apresentação: Relato de Experiência.

Autores: LUCAS DA COSTA RIBEIRO; ANTÔNIA LÍLIA SOARES PEREIRA (Orientador) ;

Cordialmente,

Comissão Científica
COINTER PDVL 2023

ANEXO H - CERTIFICADO: APRESENTAÇÃO E PUBLICAÇÃO DO RELATO DE EXPERIÊNCIA (RESUMO) NO COINTER PDVL 2023





COINTER PDVL 2023
X CONGRESSO INTERNACIONAL DAS LICENCIATURAS
Edição Presencial Recife (PE) | 29, 30 de nov a 1 de dez
ISSN: 2358-9728 | PREFIXO DOI: 10.31692/2358-9728

CERTIFICADO

Certificamos que **LUCAS DA COSTA RIBEIRO, ANTÔNIA LÍLIA SOARES PEREIRA**, participaram do **X CONGRESSO INTERNACIONAL DAS LICENCIATURAS - X COINTER PDVL 2023 ISSN (2358-9728)** no período de 29,30 de Novembro a 01 de Dezembro de 2023, no **hotel Kastel Manibu - RECIFE - PE - BRASIL**, na qualidade de AUTORES DO TRABALHO: **PROJECT BASED LEARNING: UM RELATO DE EXPERIÊNCIA PEDAGÓGICA DE UM PROFESSOR DE MATEMÁTICA EM FORMAÇÃO INICIAL** na modalidade **Relato de Experiência (Resumo)** tendo sido apresentado e publicado no Anais do Evento, promovido pelo **INSTITUTO INTERNACIONAL DESPERTANDO VOCAÇÕES - IIDV**.

Prof. MSc. Erick Viana da Silva
Presidente do IIDV

Prof. Esp. Ayrton Matheus da Silva Nascimento
Coordenador Executivo do COINTER PDV 2023

Larissa Amanda Pereira da Silva Tomaz
Coordenadora Executiva do COINTER PDV 2023

CÓDIGO DE REGISTRO DE CERTIFICADO:

5AA1E58B31405BF359AB91379504914AA9E32623

Para confirmação de autenticidade acesse: certificados.instituidv.org

ANEXO I - RELATO DE EXPERIÊNCIA “PROJECT BASED LEARNING: UM RELATO DE EXPERIÊNCIA PEDAGÓGICA DE UM PROFESSOR EM FORMAÇÃO INICIAL



COINTER PDVL 2023

X CONGRESSO INTERNACIONAL DAS LICENCIATURAS
Edição Presencial Recife (PE) | 29, 30 de nov a 1 de dez
ISSN: 2358-9728 | PREFIXO DOI: 10.31692/2358-9728

**PROJECT BASED LEARNING: UM RELATO DE EXPERIÊNCIA PEDAGÓGICA
DE UM PROFESSOR DE MATEMÁTICA EM FORMAÇÃO INICIAL**

**APRENDIZAJE BASADO EN PROYECTOS: INFORME SOBRE LA EXPERIENCIA
PEDAGÓGICA DE UN DOCENTE EN FORMACIÓN INICIAL**

**PROJECT-BASED LEARNING: REPORT ON THE PEDAGOGICAL
EXPERIENCCE OF A TEACHER IN INITIAL TRAINING**

Apresentação: Relato de Experiência

Lucas da Costa Ribeiro¹; Antônia Lília Soares Pereira²

INTRODUÇÃO

As metodologias ativas (MAs) destacam-se como estratégias pedagógicas de fundamental importância para o uso de recursos eficazes no processo de ensino-aprendizagem de Matemática. As MAs, enquanto ferramentas educacionais, podem contribuir com a motivação, o interesse do estudante e o desenvolvimento do pensamento matemático. Nessa perspectiva, apontamos a Aprendizagem Baseada em Projetos (ABP) ou *Project Based Learning* (PBL) como um método de ensino que promove a solução de problemas reais do cotidiano de modo cooperativo e analítico, por meio de intervenções com projetos educacionais (MORÁN, 2015; BACICH; MORAN, 2018).

A ABP pode proporcionar também, um ensino contextualizado a partir do confronto de problemas, e o uso dessa metodologia, sob um viés educacional tem a finalidade de interligar várias áreas do conhecimento, a fim de proporcionar a compreensão da teoria e a sua utilização na prática (MORÁN, 2015; BACICH; MORAN, 2018). O uso da ABP como ferramenta potencial no ensino de Matemática pode propiciar estratégias para a exploração de diferentes parâmetros e problemáticas, para a exploração de ideias e de questionamentos sobre determinada temática.

Esse estudo configura-se como um relato de experiência pedagógica, cujo objetivo consiste em apresentar ações docentes com o uso da ABP no ensino da matemática por meio da utilização de projetos. Este relato de experiência possui a intencionalidade de retratar o

¹ Graduando em Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins (IFTO), campus Palmas. lucas.ribeiro5@estudante.ifto.edu.br.

² Mestra em Ensino em Ciências e Saúde (UFT), especialista em Metodologia do Ensino de Matemática e Física (UNINTER), graduada em Licenciatura Plena em Matemática (UFAC). Docente na área de Matemática no Ensino Básico, Técnico e Tecnológico no Instituto Federal do Tocantins (IFTO), Campus Palmas. antonia.pereira@ifto.edu.br.

PRINCIPAL, et al.

aprendizado de um professor de Matemática em formação inicial que participou do projeto³ de ensino “Números Complexos: *Microlearning* para uma aprendizagem significativa” e do projeto⁴ de ensino e extensão “Geometria Dinâmica”. Estas propostas educacionais são métodos de ensino-aprendizagem de Matemática inovadores que permitiram vivenciar a prática docente desde a ação de conhecer as estratégias metodológicas até o momento de observação, de sua execução e das análises dos resultados.

RELATO DE EXPERIÊNCIA

A minha participação no projeto de ensino “Números Complexos: *Microlearning* para uma aprendizagem significativa” permitiu experiências exitosas com os alunos do 3º ano do Curso Técnico em Eletrotécnica Integrado ao Ensino Médio, durante o período de 28 de outubro a 28 de dezembro de 2021. O objetivo geral do projeto foi proporcionar contextos dinâmicos motivacionais de aprendizagem em Matemática, com a integração de *softwares* educacionais e metodologias ativas inovadoras.

O projeto de ensino possibilitou a recuperação de conteúdos por meio da integração de currículo da Matemática com a área técnica para a aprendizagem significativa dos estudantes da Educação Profissional e Tecnológica; aprimorou o conhecimento técnico-científico na área das Ciências Exatas; envolveu o uso das ferramentas didático-tecnológicas para o ensino-aprendizagem eficiente e de qualidade.

Em outro momento, a minha participação no projeto de ensino e extensão “Geometria Dinâmica” que envolveu os alunos dos 2º anos dos Cursos Técnicos em Administração, Eletrotécnica, Informática e Mecatrônica Integrados ao Ensino Médio foi executado no período de 11 de abril a 11 de julho de 2022. O objetivo do projeto foi levar os alunos a compreenderem os conceitos matemáticos por meio do uso de *softwares* educacionais de demonstração e simulação da Geometria Dinâmica. Os projetos de ensino foram fundamentados na metodologia ativa ABP.

³ O projeto de ensino foi aprovado pelo Edital N° 76/2021/REI/IFTO, de 20 de outubro de 2021, relacionado à Seleção Complementar de Projetos de Ensino no Âmbito do Instituto Federal do Tocantins a Serem Contemplados com Apoio Financeiro Institucional.

⁴ O projeto de ensino e extensão “Geometria Dinâmica” foi aprovado conforme o Edital N° 19/2022/PAL/REI/IFTO, de 14 de abril de 2022 que tratou da Seleção de Projeto de Ensino no Âmbito do Instituto Federal do Tocantins a Serem Contemplados com Apoio Financeiro Institucional.

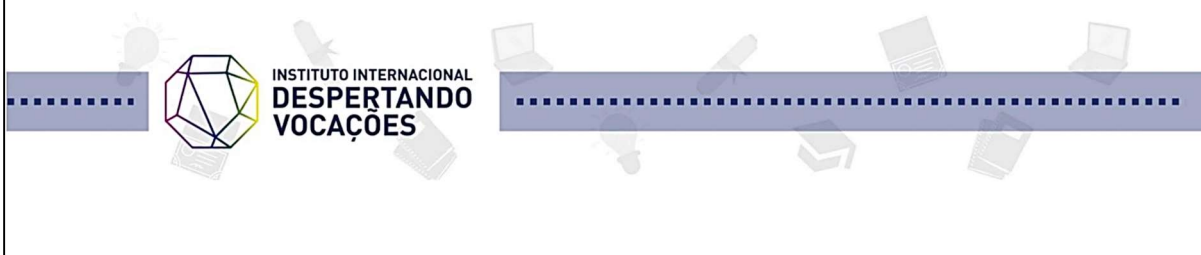
PRINCIPAL, et al.

Esta proposta educacional contribuiu para que as inovações na prática pedagógica relacionadas ao uso de *softwares* educacionais permitissem um melhor ensino-aprendizagem de Matemática; o desenvolvimento de recurso e/ou metodologias que visam a reflexão e a melhoria dos processos de ensino e de aprendizagem por meio dos *softwares* de Geometria Dinâmica; a compreensão dos conceitos geométricos com o auxílio da ABP e do uso de apps para a visualização e a simulação das situações (BORBA et. al., 2016, BRASIL, 2018).

Dentre as aulas do projeto cuja temática envolveu os números complexos, posso destacar algumas perguntas interessantes feitas pelos estudantes, que me fizeram refletir enquanto professor, como por exemplo: “Como faz o cálculo para saber o valor de uma potência da unidade imaginária com o expoente de valor grande?” A resposta para a pergunta foi a resolução de um exemplo em que utilizei i^{1994} . Expliquei ao estudante, que teríamos que dividir o número 1994 por 4, pois, $i^n = i^r$. Para o expoente n estaríamos admitindo o valor referente a 1994, e o resto r da divisão, a 2. Conforme Dante (2016), $i^2 = -1$, então $i^{1994} = i^2 = -1$.

Outra pergunta feita no momento da aula, por um estudante foi o questionamento: “Como encontrar o argumento de um número complexo sabendo que a parte real é igual a zero?” Percebi por meio desta indagação, que o aluno ainda não havia compreendido alguns conceitos básicos sobre a forma trigonométrica de um número complexo, principalmente os procedimentos matemáticos para encontrar o valor do argumento de um número complexo (ângulo θ). A pergunta foi respondida com a resolução do exemplo: $Z = -2i$. Expliquei que, para resolvê-la é necessário conhecer o valor do módulo do número complexo $|z|$, em que, o termo a (parte real) e o b (parte imaginária) (DANTE, 2016), da seguinte forma: $|z| = \sqrt{a^2 + b^2} \rightarrow |z| = \sqrt{0^2 + (-2)^2} = \sqrt{4} = 2$. Daí, $\cos \theta = \frac{a}{|z|} = \frac{0}{2} = 0$ e $\sin \theta = \frac{b}{|z|} = \frac{-2}{2} = -1$. Portanto, o argumento do número complexo é 270° ou $\frac{3\pi}{2}$ rad.

Quanto ao projeto de ensino e extensão “Geometria Dinâmica”, a temática abordada foi a Geometria Plana e Espacial. Dentre as abordagens dos estudantes, destacam-se: “Por que existem tantas fórmulas para o cálculo de área e volume de formas geométricas?” A partir desta indagação, observou-se que os estudantes confundiram algumas definições para o cálculo de diferentes áreas de polígonos e volumes dos sólidos geométricos. Expliquei aos alunos, conforme Dante e Viana (2020) que, as formas geométricas se diferenciam principalmente,



PRINCIPAL, et al.

quanto à quantidade de lados, para as formas planas e para as espaciais, os vértices e as faces, ou mesmo quanto ao valor da medida da altura, da largura e do comprimento.

Esta situação levou-me à reflexão de que é importante revisar os conceitos e as definições básicas de determinado conteúdo matemático, neste caso, da Geometria. Em outro aspecto, se faz necessário a apresentação das características das formas geométricas planas e espaciais para que se possa entender as diferenças entre elas, inclusive entre a área e o volume.

Pedagogicamente, conheci metodologias ativas transformadoras como ABP e PBL, *Microlearning*, Aprendizagem ubíqua ou *u-learning*, *Mobile-learning* ou aprendizagem móvel. Estas estratégias e/ou métodos de ensino permitiram ações pedagógicas para o desenvolvimento de uma aprendizagem significativa (MORÁN, 2015; BORBA et. al., 2016; BACICH; MORAN, 2018).

Os projetos educacionais mencionados neste relato de experiência contribuíram para o meu desenvolvimento e aprimoramento enquanto professor de matemática em formação inicial, uma vez que, me proporcionou vivenciar propostas pedagógicas que envolveram métodos inovadores e tecnológicos em diversos campos da educação matemática.

REFERÊNCIAS

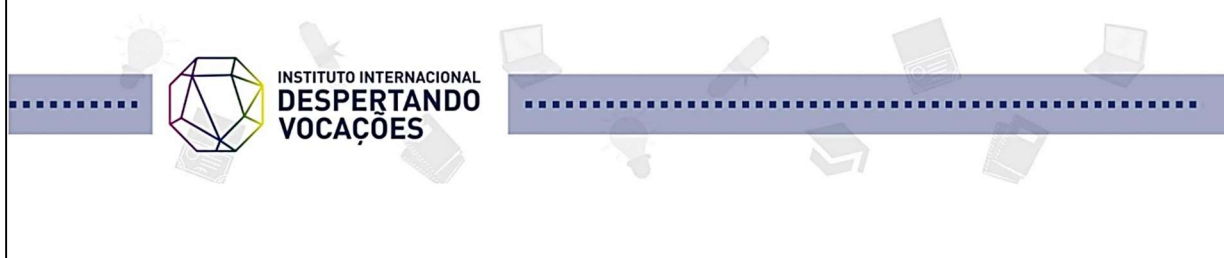
BACICH, L.; MORAN, J. (Org.). **Metodologias ativas para uma educação inovadora: uma abordagem teórico-prática**. Porto Alegre, RS: Penso, 2018.

BORBA, M. C.; ASKAR, P.; ENGELBRECHT, J.; GADANIDIS, G.; LLINARES, S.; AGUILAR, M. S. Blended learning, e-learning and mobile-learning in mathematics education. **ZDM Mathematics Education**, v. 48, n. 5, p. 589-610, ago. 2016. Disponível em: http://www1.rc.unesp.br/gpimem/downloads/artigos/borba_et_al/icme-issue-zdm-5-2016_borba_et_al.pdf. Acesso em: 9 ago. 2023.

DANTE, L. R. **Matemática: contexto & aplicações – Ensino Médio**. 3. ed. São Paulo: Ática, 2016.

DANTE, L. R.; VIANA, F. **Matemática em contextos: Geometria**. São Paulo: Ática, 2020.

MORÁN, J. M. Mudando a educação com metodologias ativas. In: SOUZA, C. A.; MORALES, O. E. T. (org.) **Convergências Midiáticas, Educação e Cidadania: aproximações jovens**. PG: Foca Foto-PROEX/UEPG, 2015. (Coleção Mídias Contemporâneas, v. 2).



ANEXO J - CERTIFICADO: PARTICIPAÇÃO NO CONGRESSO INTERNACIONAL MOVIMENTOS DOCENTES

Congresso Internacional Movimentos Docentes
CMD 2022
Por uma Educação transformadora

colóquio forpibid rp
perspectivas e expectativas para a formação docente

CERTIFICADO DE PARTICIPAÇÃO

Lucas da Costa Ribeiro

participou do II Congresso Internacional Movimentos Docentes e do Colóquio FORPIBID RP, realizados entre 14 e 15 de outubro de 2022 pelo grupo Movimentos Docentes e pelo Observatório de Educação e Sustentabilidade da UNIFESP com carga horária total de 50h.

Profa. Dra. Marilena Rosalen
PROFA. DRA. MARILENA ROSALEN
COORDENADORA GERAL
CONGRESSO INTERNACIONAL MOVIMENTOS DOCENTES

Prof. Me. Everton Viesba-Garcia
PROF. ME. EVERTON VIESBA-GARCIA
COORDENADOR COMISSÃO ORGANIZADORA
CONGRESSO INTERNACIONAL MOVIMENTOS DOCENTES

Concedido pelo grupo Movimentos Docentes sob gerenciamento da V&V Editora
Evento cadastrado na PROEC-UNIFESP sob o número: 21689

Movimentos Docentes

V & V EDITORA

Observatório de Educação e Sustentabilidade
UNIFESP Campus Diadema

UNIFESP
UNIVERSIDADE PAULISTA DE SÃO PAULO

[Acesse aqui a programação completa](#)

ANEXO K – CARTA DE ACEITE EM APROVAÇÃO DE APRESENTAÇÃO E PUBLICAÇÃO DO RESUMO EM CONGRESSO



Feito por professoras e professores
para professoras e professores!
@movimentosdocentes
movimentosdocentes.com

CARTA DE ACEITE

Declaramos para os devidos fins que o trabalho intitulado **GEOMETRIA DINÂMICA: RELATO DE UMA EXPERIÊNCIA PEDAGÓGICA** de autoria de **Lucas da Costa Ribeiro, Antônia Lília Soares Pereira** foi apreciado em avaliação por pares e considerado **aprovado** para apresentação e publicação no **Congresso Internacional Movimentos Docentes – CMD 2022**. Este resumo será publicado no Caderno de Resumos do Congresso. A publicação prevê o registro ISBN (*International Standard Book Number*) e DOI (*Digital Object Identifier*).

Diadema, 18 de setembro de 2022.

Prof. Ma. Letícia Moreira Viesba
Coordenadora da Comissão Científica do
Congresso Internacional Movimentos Docentes - 2022

ANEXO L – RESUMO: GEOMETRIA DINÂMICA: RELATO DE UMA EXPERIÊNCIA PEDAGÓGICA



II Congresso Internacional Movimentos Docentes
(CMD 2022)
14 e 15 de outubro de 2022

GEOMETRIA DINÂMICA: RELATO DE UMA EXPERIÊNCIA PEDAGÓGICA

Lucas da Costa Ribeiro¹, Antônio Lília Soares Pereira²

RESUMO

O projeto de ensino intitulado “Geometria Dinâmica” contemplou os estudantes do 2º ano do Ensino Médio Integrado aos Cursos Técnicos em Administração, Eletrotécnica, Informática e Mecatrônica do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins, campus Palmas. A abordagem da proposta educacional envolveu o estudo dos conceitos de Geometria Plana e Espacial com o auxílio de aplicativos móveis e jogos digitais, tais como: *Tangram Puzzles Game*, *GeoGebra Geometria*, *Sólidos Platônicos AR*, *Formas Geométricas*, *Kahoot!*, *GeoGebra 3D*, *Fórmulas de Geometria - Polygon Calc*, Jogo da Força e Jogo de Futebol. Essas ferramentas contribuíram consideravelmente para uma melhor compreensão dos conceitos matemáticos durante as aulas do projeto de ensino. O objetivo deste estudo consiste em apresentar um relato de uma experiência pedagógica que perpassa o ensino de matemática por meio do uso de *softwares* educacionais de demonstração e de simulação da Geometria Dinâmica. Este estudo é de cariz qualitativo, de cunho analítico-descritivo e ancora-se à Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2018), à Aprendizagem Baseada em Problemas ou *Problem Based-Learning*, ao *mobile-learning* ou aprendizagem móvel e ao *u-learning* ou aprendizagem ubíqua, pois o estudante participante do projeto poderia aprender matemática em qualquer momento e ambiente. O projeto de ensino foi executado na modalidade híbrida. Como resultados, apontam-se práticas exitosas e metodologias diferenciadas para o ensino de Geometria que proporcionaram aprendizagens significativas; a experiência pedagógica do professor em formação inicial com uma diversidade de práticas de ensino por meio de ferramentas tecnológicas educacionais; o desenvolvimento de competências e habilidades matemáticas; o aprimoramento do pensamento e do letramento geométrico e a aprendizagem dos conceitos matemáticos por meio do nivelamento trabalhado com os estudantes durante a realização do projeto de ensino. Conclui-se que, esta proposta surgiu como um ancoradouro para as soluções dos problemas quanto ao ensino-aprendizagem de Matemática, que surgiram, principalmente durante a pandemia de Covid-19. Além disso, ressalta-se que, este projeto de ensino também contribuiu para a recuperação de conteúdos matemáticos e a diminuição dos impactos dos danos causados na educação matemática, o que permitiu a abertura de espaços para uma aprendizagem significativa e de qualidade.

Palavras-chave: geometria dinâmica, projeto de ensino, relato de experiência pedagógica.

¹ Acadêmico do 8º período do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins, campus Palmas.

² Professora de Matemática do Ensino Básico, Técnico e Tecnológico do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins, campus Palmas.

ANEXO M – CONFIRMAÇÃO DE SUBMISSÃO DE UM CAPÍTULO DE LIVRO



EDITORA DUCERE - Prefixo 994367

CONFIRMAÇÃO DE SUBMISSÃO

Prezado autor (a) **Antônia Lília Soares Pereira**,

Recebemos o artigo/texto intitulado “GEOMETRIA DINÂMICA”: UMA PROPOSTA EDUCACIONAL COM O USO DE APLICATIVOS MÓVEIS E JOGOS DIGITAIS.

Você será avisado por e-mail sobre o Aceite e as próximas etapas da publicação do Livro na Editora Ducere.

Abaixo, seguem os dados da Submissão:

DADOS DE SUBMISSÃO	
Responsável pela Submissão	
Antônia Lília Soares Pereira	
E-mail	WhatsApp
antonia.pereira@ifto.edu.br	63991105050
Texto Enviado para Submissão	
“GEOMETRIA DINÂMICA”: UMA PROPOSTA EDUCACIONAL COM O USO DE APLICATIVOS MÓVEIS E JOGOS DIGITAIS	
Autores	
Lucas da Costa Ribeiro; Antônia Lília Soares Pereira	
Destino da Submissão	
Editora Union - Prefixo: 994367	
Edital	
Edital 01/2022 - Edital Especial - Chamada Gratuita - Multidisciplinar e Interdisciplinar	
Observações	
Submissão Realizada com Sucesso em: 15/07/2022 15:11:57	
Acompanhe a Submissão em: https://mundo.grupomultiatual.com.br/ , em: “Portal do Autor”	

Agradecemos a Submissão

Equipe Ducere

EDITORA DUCERE - GRUPO MULTIATUAL EDUCACIONAL - CNPJ 35.335.163/0001-00

Rua Flauzino Vaz da Silva - 211. Vila São Vicente. Formiga, MG. CEP: 35.574-564. Tel.: (37) 99855-6001
www.ducere.com.br - editoraducere@gmail.com - www.grupomultiatual.com.br