



**INSTITUTO
FEDERAL**
Tocantins

**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO
TOCANTINS
CAMPUS PALMAS
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

WALTERSIO DA COSTA FARIAS

**O MODELO MATEMÁTICO SEIR NA EVOLUÇÃO DA COVID-19 NO BRASIL:
ESTUDO E ANÁLISE DE GRÁFICOS**

PALMAS - TO

2022

WALTERSIO DA COSTA FARIAS

O MODELO MATEMÁTICO SEIR NA EVOLUÇÃO DA COVID-19 NO BRASIL: ESTUDO
E ANÁLISE DE GRÁFICOS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Licenciatura em Matemática do Campus Palmas do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins, como requisito parcial à obtenção do grau de licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Carlos Eduardo da Silva Santos

PALMAS - TO

2022

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Bibliotecas do Instituto Federal do Tocantins

F224m Farias, Waltersio da Costa
O modelo matemático SEIR na evolução da Covid-19 no Brasil: Estudo e análise de gráficos / Waltersio da Costa Farias. – Palmas, TO, 2022.
33 f. : il. color.

Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) –
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins, Campus Palmas, Palmas, TO, 2022.

Orientador: Dr. Carlos Eduardo Silva Santos

1. Coronavírus. 2. Modelos matemáticos. 3. Sequência didática. I. Silva Santos, Carlos Eduardo. II. Título.

CDD 510

A reprodução total ou parcial, de qualquer forma ou por qualquer meio, deste documento é autorizada para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Elaborado pelo sistema de geração automática de ficha catalográfica do IFTO com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).



Ministério da Educação
Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins
CAMPUS PALMAS
COORDENAÇÃO DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

FOLHA DE APROVAÇÃO DE TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO DE GRADUAÇÃO

1. **TÍTULO:** O MODELO MATEMÁTICO SEIR NA EVOLUÇÃO DO COVID-19 NO BRASIL: ESTUDO E ANÁLISE DE GRÁFICOS
2. **AUTOR:** WALTERSIO DA COSTA FARIAS
3. **ORIENTADOR:** Prof. Doutor Carlos Eduardo da Silva Santos

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins, *campus* Palmas, como parte das exigências para a conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática.

Aprovado em 05/08/2022.

Prof. Dr. Carlos Eduardo da Silva Santos
IFTO – Campus Palmas
Presidente/Orientador

Prof. Me. Magno Márcio de Azevedo
IFTO – Campus Palmas
Avaliador 1

Prof. Me. Edson Luiz Kraemer
IFTO – Campus Palmas
Avaliador 2

Documento assinado eletronicamente por **Carlos Eduardo da Silva Santos**,
Servidor, em 08/08/2022, às 08:15, conforme horário oficial de Brasília, com



fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Magno Marcio de Azevedo, Servidor**, em 12/08/2022, às 17:58, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Edson Luiz Kraemer, Servidor**, em 12/08/2022, às 17:59, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site http://sei.ifto.edu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **1711657** e o código CRC **FA4854C1**.

Quadra 310 Sul, Lo 5, s/n, esquina com a Avenida NS 10 - Plano Diretor Sul — CEP 77.021-090
Palmas/TO — (63) 3236-4000
portal.ifto.edu.br — reitoria@ifto.edu.br

Dedico este trabalho aos meus pais, à família e aos amigos.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por me dar força e coragem para prosseguir em mais uma etapa da minha vida. Aos meus amigos pelos momentos de convívio, que me incentivaram e deram ânimo para não desistir e finalizar este trabalho. Aos professores do curso Lic. Em Matemática pela dedicação em ensinar. E ao meu orientador Prof. Dr. Carlos Eduardo da Silva Santos, pela orientação e paciência na elaboração deste trabalho.

“Um especialista em resolver problemas deve ser dotado de duas capacidade incompatíveis - uma imaginação inquieta e uma paciente obstinação.”

(Howard W. Eves)

RESUMO

A covid-19, causada pelo coronavírus SARS-CoV-2, se espalhou rapidamente após seus primeiros casos relatados em Wuhan, China, em dezembro de 2019, representando uma séria ameaça a vida das pessoas e a economia mundial, como consequência disso ocorre o colapso dos sistemas de saúde. A pesquisa parte do problema relacionado a contextualização do ensino de funções, com base na análise e previsão da evolução dos casos de Covid-19 no Brasil. O objetivo geral deste trabalho é construir gráficos através do modelo matemático SEIR (Suscetíveis – Expostos – Infectados – Recuperados) na evolução da doença, analisando o comportamento através das funções desenvolvidas. O estudo de caso baseia-se na elaboração de uma sequência didática para as aulas de matemática utilizando o modelo SEIR para análise dos dados da Covid-19 no Brasil e comparando com os dados reais obtidos pelas secretarias de saúde dos estados brasileiros. Com base no objetivo principal apresentado pelo estudo, é possível concluir que modelos matemáticos baseados no SEIR são importantes ferramentas para auxiliar na compreensão de fenômenos epidemiológicos e podem ser aplicados nas aulas para alunos graduandos nas disciplinas de exatas e em nível médio técnico, com as devidas adaptações em níveis de complexidade.

Palavras-chave: Coronavírus, Modelos matemáticos, Sequência didática.

ABSTRACT

Covid-19, caused by the SARS-CoV-2 coronavirus, spread rapidly after its first reported cases in Wuhan, China, in December 2019, posing a serious threat to people's lives and the world economy, and as a result, the health systems collapsed. The research starts from a problem related to contextualization and graphics constructions, based on the analysis and prediction of the evolution of Covid-19 cases in Brazil. The study was developed from the use of the SEIR (Susceptible - Exposed - Infected - Recovered) model, an evolution of the SIR models (Susceptible – Infected – Recovered). The case study is based on the elaboration of a didactic sequence for math classes using the SEIR model to analyze data from the pandemic in Brazil and comparing it with the real data obtained by the health departments of the Brazilian states. Based on the main objective presented by the study, it is possible to conclude that mathematical models based on SEIR are important tools to assist in the understanding of epidemiological phenomena and can be applied in classes for students graduating in exact disciplines and in technical high school, with the appropriate adaptations in levels of complexity.

Keywords: Coronavirus, Mathematics models, Didactic sequence

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Modos de transmissão	21
Figura 2 – Modelo SIR.	25
Figura 3 – Modelo SEIR.	26
Figura 4 – Simulação I.	29
Figura 5 – Simulação II.	30
Figura 6 – Simulação III.	30
Figura 7 – Simulação IV.	31

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Variáveis de estudo.	29
---	----

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

Covid-19	Doença causada pelo coronavírus SARS-CoV-2
EDO	Equações Diferenciais Ordinárias
OMS	Organização Mundial de Saúde
SARS-CoV-2	Coronavírus 2 da síndrome respiratória aguda grave (<i>Severe Acute Respiratory Syndrome</i>)
SEIR	Suscetíveis – Expostos – Infectados - Recuperados
SIDA	Síndrome da Imunodeficiência Adquirida
SIR	Suscetíveis – Infectados - Recuperados
SUS	Sistema Único de Saúde

LISTA DE SÍMBOLOS

β	Taxa de transmissão.
γ	Índice de reprodução basal.
ρ	Momento da primeira infecção.
μ	Taxa de recuperação.
ε	Taxa de exposição (incubação).

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
1.1	Problema de pesquisa	16
1.2	Justificativa	17
1.3	OBJETIVOS	18
2	REVISÃO DE LITERATURA	19
2.1	Modelo de previsão de doenças	19
2.2	Modelo dinâmico	20
2.3	Taxa de crescimento variável	21
2.4	Simulações controladas	22
2.5	Dados reais da pandemia no Brasil	23
3	MODELOS COMPARTIMENTAIS	25
3.1	Modelo SIR	25
3.2	Modelo SEIR	26
4	ESTUDO DE CASO – ELABORAÇÃO DA PROPOSTA PEDAGÓGICA	28
4.1	Sequência Didática	28
5	CONCLUSÃO	32
	REFERÊNCIAS	33

1 INTRODUÇÃO

A Doença causada pelo coronavírus SARS-CoV-2 (Covid-19), causada pelo coronavírus Coronavírus 2 da síndrome respiratória aguda grave (*Severe Acute Respiratory Syndrome*) (SARS-CoV-2), se espalhou rapidamente após seus primeiros casos relatados em Wuhan, China, em dezembro de 2019, representando uma séria ameaça a vida das pessoas e a economia mundial, como consequência disso ocorre o colapso dos sistemas de saúde. Desde março de 2020, quando a doença foi classificada pela Organização Mundial da Saúde (Organização Mundial de Saúde (OMS)) como uma pandemia, países ao redor do mundo seguiram protocolos implementados meses antes na Ásia, impondo uma variedade de intervenções, de moderadas a radicais, com base no distanciamento, isolamento e quarentena, para retardar a propagação da doença, conforme recomendado pela OMS (HAUBRICHT *et al.*, 2022).

É senso comum que a pandemia deve ser combatida em duas frentes: salvando vidas e evitando o colapso dos sistemas de saúde. Estas ações protegem a população dos impactos econômicos da pandemia, especialmente sua parcela mais vulnerável.

Para qualquer objetivo ser alcançado, os funcionários de saúde e autoridades governamentais devem ter informações confiáveis sobre a propagação da doença e seus impactos econômicos e sociais, daí, por exemplo, a modelagem de tal disseminação não é apenas uma conquista científica, mas também uma fonte estratégica e crucial de informação. Na verdade, uma forma de reduzir os danos causados pela pandemia é modelar como a doença se espalhará, a fim de destinar adequadamente os recursos disponíveis aos locais onde eles serão mais necessários (LOLE *et al.*, 2020).

Outra informação estratégica que os governos precisam ter é sobre a eficácia das intervenções aplicadas para retardar a propagação da doença. Os relatórios iniciais mostraram a eficácia destas intervenções, mas ainda carecemos de dados confiáveis, principalmente no Brasil, e, mesmo quando os dados estão disponíveis, precisamos transformá-lo em informação útil para a tomada de decisões. Entre os vários desafios para enfrentar esta pandemia, detectar a propagação espacial da doença dentro de uma região é uma das prioridades principais (HAUBRICHT *et al.*, 2022).

Um alerta precoce pode dar tempo para as autoridades governamentais prepararem o sistema de saúde para suportar o aumento do número de pessoas que precisam de cuidados médicos. Uma maneira de superar esse desafio é monitorar através do modelo epidêmico Suscetíveis – Expostos – Infectados - Recuperados (SEIR), o número de pessoas suscetíveis

à Covid-19 (S), o número de expostos à contaminação (E), os infectados que transmitem o vírus (I), e o número de pessoas que se recuperaram (R). O modelo proposto tem como objetivo detectar padrões que possibilitem a previsão do foco futuro de infecção, para avaliar a eficácia das políticas implementadas para evitar a transmissão, ou conduzir as políticas com o objetivo de evitar a piora dos casos mais graves da doença (HE *et al.*, 2020).

Este monitoramento, especialmente usando dados estatísticos do Sistema Único de Saúde (Sistema Único de Saúde (SUS)), foi considerado uma maneira eficiente de acompanhar as taxas de contaminação da população brasileira pela Covid-19. Portanto, neste trabalho, utilizou-se os índices SEIR em cada dia do ano de 2020 no Brasil, buscando identificar os padrões de modelagem mais comuns, a fim de prever possíveis futuros focos de infecção (JÚNIOR, 2020).

Considera-se como movimento inicial, as primeiras infecções no Brasil em março de 2020, quando as medidas de quarentena começaram a ser implementadas. Para prever esses focos, são analisados os dados brutos de contaminação e simulado o modelo matemático SEIR de propagação da doença no software Geogebra para prever os períodos em que a doença tem maior probabilidade de se espalhar primeiro. Este estudo visa não apenas subsidiar discussões públicas sobre a alocação de recursos e aplicação de medidas de isolamento, mas também para servir como base de um próximo estudo, abordando a dinâmica populacional combinando os dados de saúde pública disponível, fornecendo avaliações de risco e previsões.

O estudo prevê a possibilidade de utilizar a prática das modelagens matemáticas, a construção e interpretação de gráficos de funções do Modelo SEIR com o auxílio do software Geogebra, destinado ao ensino da Matemática para estudantes de nível técnico e superior em exatas.

Assim, é apresentado uma sequência didática com as devidas simplificações dos modelos de equações diferenciais ordinárias para possibilitar aos alunos uma análise palpável dos dados e focar na aprendizagem das disciplinas de Cálculos Diferenciais e Integrais.

1.1 Problema de pesquisa

A pesquisa parte do problema relacionado a contextualização do ensino de funções, com base na análise e previsão da evolução dos casos de Covid-19 no Brasil. Desenvolver um modelo matemático que possibilite encontrar informações confiáveis, com a menor margem de erro possível, facilita compreender o desenvolvimento do fenômeno e evolução da aprendizagem nos conteúdos relativos à disciplina de Matemática. A pesquisa se baseia no modelo SEIR como

uma alternativa em potencial para auxiliar o desenvolvimento das habilidades matemáticas nos estudantes (LYRA *et al.*, 2020).

O modelo matemático usado neste trabalho é o SEIR representado por um conjunto de equações diferenciais-algébricas não-lineares, onde a resolução requer métodos numéricos. O SEIR pode ser facilmente modificado para desenvolver novos modelos para o problema, pois é um modelo generalizado para simular surtos de forma eficiente e rápida.

1.2 Justificativa

Ao longo da história, a humanidade sofre com várias epidemias, muitas delas, de escala global. Graças ao fenômeno da globalização, às frequentes viagens intercontinentais e a mobilidade urbana moderna, as epidemias estão mais propensas a se tornarem pandemias, como a gripe espanhola em 1918. Embora a pandemia do novo coronavírus tenha iniciado apenas no fim de 2019, já existem vários estudos e materiais bibliográficos para auxiliar na modelagem matemática de previsão da disseminação do coronavírus (LYRA *et al.*, 2020).

Assim, como neste trabalho, a maioria dos estudos se utiliza dos modelos matemáticos compartimentais, principalmente, o SEIR. A mudança dos indivíduos entre os compartimentos é descrita por meio das equações diferenciais que regem o modelo proposto. Um modelo compartimental parte de conjuntos bem definidos e possibilitam a análise da variação temporal destes conjuntos de forma separada (BARROS, 2007).

O trabalho justifica-se mostrar que o distanciamento entre os conteúdos escolares e a realidade é mínima, pois utiliza-se a Matemática no cotidiano como o modelo apresentado, sendo de suma importância para a compreensão do mundo que nos cerca. Com isso, a necessidade de elaborar um modelo matemático, compreensível para alunos dos cursos em nível técnico e em graduação, assim, utiliza-se do contexto vivenciado por todos para possibilitar o entendimento do fenômeno e do conteúdo de funções e equações diferenciais, tudo isso através da análise e interpretação de gráficos elaborados de forma computadorizada, com a participação dos alunos.

A escolha do tema para abordagem de funções e equações diferenciais surge como uma alternativa para suprir a carência de elementos concretos que dão significação a aprendizagem destes conteúdos. De forma geral, espera-se que com a utilização de um tema tão relevante para o cotidiano dos alunos, com impacto direto na sua realidade, a aprendizagem desperte o interesse do estudante para o estudo da Matemática.

1.3 OBJETIVOS

Neste tópico serão apresentados os objetivos gerais que nortearam a realização da pesquisa e se relacionam diretamente com a metodologia empregada e os resultados obtidos.

1.3.1 *Objetivo Geral*

O objetivo geral deste trabalho é apresentar uma sequência didática para desenvolver a capacidade de interpretação de gráficos do modelo SEIR na evolução da Covid-19, assim como, a análise do comportamento das funções envolvidas.

1.3.2 *Objetivos Específicos*

Os objetivos específicos podem ser descritos como:

- Detalhar o problema relacionado a modelagem matemática na previsão de contágio e disseminação do coronavírus;
- Desenvolver uma construção de gráficos no Geogebra que permita aos estudantes realização de experimentos de diferentes cenários em relação a pandemia;
- Elaborar gráficos que representam de forma simplificada e objetiva os dados obtidos por meio da modelagem matemática SEIR, permitindo aos alunos a realização de levantamentos e análises adequadas à sua faixa de desenvolvimento na disciplina.

2 REVISÃO DE LITERATURA

Nesta seção será apresentada a revisão de literatura investigada para a elaboração do trabalho, que concede as bases para a solução do problema e elaboração da sequência didática.

2.1 Modelo de previsão de doenças

A história da humanidade é marcada por diversas epidemias que causaram influências diretas nas populações atingidas e na organização das sociedades, as epidemias não são exclusivamente humanas, em vários casos, o reino animal também é afetado por doenças de larga escala. Mesmo que somadas todas as mortes provocadas pelas guerras, locais ou mundiais, ainda assim, o número seria incomparavelmente menor que as mortes provocadas por doenças epidêmicas (MONTEIRO, 2005).

Alguns dos principais exemplos de epidemias são: a Peste Negra, que causou a morte de mais de um quarto da população europeia no século XIV e a gripe espanhola, que matou cerca de 50 milhões de pessoas em todo o mundo entre os anos de 1918 e 1920. No cenário pré-pandemia, a Síndrome da Imunodeficiência Adquirida (SIDA) e a dengue eram as doenças que mais preocupavam a comunidade científica, são doenças com alto potencial de disseminação (CLEMENTE, 2011).

Na intenção de compreender o nível de proliferação destas doenças dentro de um cenário mais dinâmico, como o atual, uma nova área de ciência foi desenvolvida. A Epidemiologia Matemática trata de aplicar a disciplina no estudo de doenças transmissíveis, e foi desenvolvida por Daniel Bernoulli, no ano de 1760, que fez uso de modelos matemáticos para prever os efeitos das técnicas de combate a varíola. A varíola foi durante séculos a principal doença infecciosa a assolar o mundo, estima-se que ao todo mais de 500 milhões de pessoas morreram pela doença (MONTEIRO, 2005).

Desde então, a epidemiologia matemática vem passando por uma série de mudanças e avanços, se tornando uma ferramenta fundamental para compreender a interação que ocorre entre os sistemas de combate a epidemias e demais estratégias de prevenção e controle de doenças. Atualmente, essa disciplina aparece nas principais universidades do mundo, ocupando importantes cadeiras nos cursos de pós-graduação (BARROS, 2007).

Segundo Galvão Filho (2020) para melhor compreender a epidemiologia matemática, é preciso analisar as hipóteses que quantificam os aspectos biológicos da interação entre o parasita

(ex: vírus e bactérias) e o hospedeiro (ex: homem e animal). Estas hipóteses podem se basear em abordagens determinísticas ou estocásticas.

- Abordagem determinística: ignora as variações que ocorrem durante o tempo e baseia-se nos coeficientes já conhecidos por estudos anteriores, sem incrementar a calibração dos valores.
- Abordagem estocástica: considera as variações que decorrem do desenvolvimento da fenômeno, assim, representa uma grande variedade de resultados e aplicações. A definição estocástica se adéqua ao modelo proposto.

Escolher o modelo e as ferramentas que serão utilizadas para realização da previsão de disseminação de doenças está diretamente relacionado às hipóteses epidemiológicas que modelam o sistema. Logo, quanto maior a proximidade dos dados com a realidade, mais aproximado serão os resultados, produzindo conclusões mais precisas pelo modelo matemático proposto. Por outro lado, quanto mais preciso o modelo, maior o envolvimento da teoria matemática e diferentes variáveis, tornando-o mais complexo e às vezes impossível de ser solucionado (VELOSO, 2018).

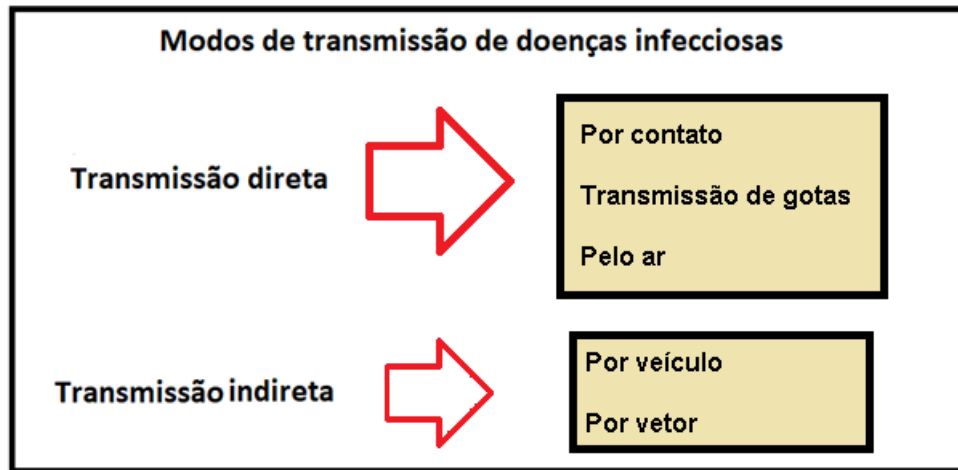
2.2 Modelo dinâmico

Segundo Veloso (2018) por meio da utilização de modelos matemáticos epidemiológicos, é possível desenvolver a estrutura dinâmica da evolução de disseminação de uma doença dentro de uma população específica, para tanto, é preciso o conhecimento dos mecanismos que regem a propagação da doença:

- Ciclo de transmissão: o intervalo de tempo em que há eliminação do agente causador da doença, pelo humano infectado ou pelo animal infectado, para o ambiente ou por meio de um vetor hematófago (BARBOSA; MACHADO, 1999).
- Período de incubação: o tempo decorrido entre a exposição de um animal a um organismo patogênico e a manifestação dos primeiros sintomas da doença. Neste período não há doença e o hospedeiro não manifesta sintomas, pois todo o processo está acontecendo no âmbito celular (BARBOSA; MACHADO, 1999).
- Período infeccioso: período, na evolução clínica de uma doença parasitária, no qual os sintomas desaparecem, apesar de o hospedeiro estar ainda infectado, e de já ter sofrido o ataque primário, ou uma ou várias recaídas. Terminologia frequentemente utilizada em relação à malária (FILHO; ROUQUAYROL, 1999).
- Forma de transmissão: É o modo com que o agente infeccioso atinge um hospedeiro sus-

ceptível. É a forma de transmissão do micro-organismo que definirá o tipo de isolamento.

Figura 1 – Modos de transmissão



Fonte: Adaptado de (PRADO *et al.*, 2020).

- Potencial de contágio: é o número efetivo de reprodução R que determina o potencial de propagação de um vírus dentro de determinadas condições. Se ele é superior a 1, cada paciente transmite a doença a pelo menos mais uma pessoa, e o vírus se dissemina. Se é menor do que 1, cada vez menos indivíduos se infectam e o número dos contágios retrocede (NEPOMUCENO, 2005).
- Índice de óbitos: é uma taxa calculada de forma percentual, entre o total de óbitos causados por uma determinada doença, sobre o total de pessoas infectadas. Por exemplo, antes de erradicada a varíola contava com cerca de 95% de óbitos quando não tratada.

A principal motivação dos estudos nessa área da matemática é o potencial de determinação da ocorrência dessas doenças entre os seres humanos, assim, ganha-se tempo para produção de políticas públicas de prevenção e controle.

2.3 Taxa de crescimento variável

As epidemias que sempre assolaram a humanidade têm características únicas e contam com suas próprias variáveis de controle. Quando se trata do novo coronavírus, a taxa de disseminação é apontada como a principal variável a ser estudada no Brasil e no mundo. É fundamental considerar essa variável na composição de um modelo matemático dinâmico (ALBUQUERQUE *et al.*, 2021).

Na primeira etapa é importante identificar os parâmetros β e γ , antes mesmo de caracteri-

zar as limitações na disseminação da doença. O γ é um parâmetro correspondente ao inverso do tempo de infecção, seu valor é constante e não se altera em função da taxa de circulação (LYRA *et al.*, 2020).

Para auxiliar o modelo proposto no trabalho foi utilizado o valor do estudo sobre a epidemia realizado em Hubei, na China, onde o tempo de infecção é de 5,5 dias, logo, o parâmetro $\gamma = 0,1818$. Enquanto o parâmetro β do mesmo estudo é 0,4091. O valor inicial constante corresponde a β , para $\rho = 1$, sendo ρ o momento da primeira infecção.

Para iniciar o processo de elaboração do modelo é preciso realizar simulações que validem os parâmetros definidos acima. Analisando essas simulações realizadas pelo estudo em Hubei, na China, fica claro que os parâmetros adotados obtêm resultados bem aproximados dos dados reais, especialmente, no início da pandemia. A partir da evolução da doença ao redor do mundo, as taxas de variação precisaram ser alteradas, aumentando a limitação do modelo matemático, já que uma parte da população pode continuar em suas atividades rotineiras e outra parte da população recebe restrições devido às atividades de risco ou restrições (JÚNIOR, 2020).

Apesar de neste estudo, a região ser exclusivamente, o Brasil, de acordo com as medidas restritivas menos pessoas estarão suscetíveis ao contato com o coronavírus. Naturalmente, quanto menor a quantidade de indivíduos suscetíveis a doença, menor a taxa de crescimento β , isso é evidenciado pelos estudos realizados na China (LYRA *et al.*, 2020).

Logo, os estudos Albuquerque (2020), Lyra (2020) e Júnior (2020) comprovam que quanto mais restrita a circulação de pessoas, melhor o controle da epidemia.

2.4 Simulações controladas

A necessidade de ampliação da testagem de indivíduos se tornou um debate público ao redor do mundo, fica nítido que a partir da realização de testes em massa torna-se a contabilização da epidemia no Brasil mais simples. De modo geral, para fins estatísticos essa lógica não se aplica, para se obter dados confiáveis basta que a amostragem seja realizada de forma proporcional às populações investigadas (PRADO *et al.*, 2020).

Pode-se tomar como exemplo as pesquisas eleitorais, que avaliam as intenções de votos da população, não se faz necessário entrevistar a maior parte dos eleitores para se obter margens de erro menores que 2%. Ao entrevistar um número pequeno de eleitores, menos de 0,5% da população investigada pode-se obter pesquisas com ótimo nível de confiança.

A testagem de indivíduos para Covid-19 é importante para melhorar os índices de

confiança das pesquisas, logo, quanto mais indivíduos testados, melhores resultados serão obtidos. Porém, para o monitoramento da pandemia isso pode representar um gasto de recursos e tempo, quando uma quantidade de dados superiores ao necessário é acumulada dentro de um modelo matemático, mais tempo se faz necessário para obtenção de resultados e execução de medidas de controle correspondentes aos estudos.

É importante ressaltar que não existe um limite para a quantidade de dados e variáveis em um modelo matemático, porém, podem existir limitações dos próprios modelos ao trabalharem com um volume excessivo de dados. Assim, é importante definir a quantidade necessária de variáveis para o modelo, sendo este um problema de alta complexidade (CAPONI, 2020).

Quando observamos os dados disponibilizados pelos governos e pelas mídias de massa, a intenção principal é alertar e divulgar dados reais a respeito da pandemia, seus dados não representam uma amostragem estatística confiável, ou seja, não podem ser tomados como parâmetros de previsão sem a verificação dos parâmetros matemáticos (CAPONI, 2020).

2.5 Dados reais da pandemia no Brasil

O primeiro caso de coronavírus, o Covid-19, segundo os dados mais recentes, ocorreu no dia 26 de fevereiro de 2020, na cidade de São Paulo. Um homem idoso, contraiu a doença na Itália no começo do mesmo mês, na região da Lombardia, um dos principais centros da epidemia no país.

A partir deste indivíduo alguns outros foram infectados, e assim como ele, tantos outros foram infectados em outros países, logo, a doença alastrou-se pelo país por meio da transmissão comunitária, sendo impossível identificar de modo preciso o caminho traçado pela doença até atingir determinado indivíduo portador do vírus. A situação mostra como a facilidade de mobilidade global torna complexo o controle de pandemias, especialmente, quando envolve o controle diplomático de fronteiras, que implica diversas situações econômicas, sanitárias e políticas (FILHO *et al.*, 2020).

A partir do dia 5 de junho, o Ministério da Saúde não disponibiliza mais no boletim diário o número total de óbitos e de pessoas infectadas pela Covid-19. Outra decisão relevante do Governo Federal, foi retirar dos sites oficiais os gráficos e tabelas que esclareciam sobre a evolução da doença no Brasil, desde o registro do primeiro caso. Somente a partir de uma decisão judicial, os dados foram disponibilizados novamente, facilitando a transparência da gestão pública de saúde.

O dado mais recente apontado pelo estudo, no dia 21 de setembro apontava um total de mais de 590 mil mortes e mais de 21 milhões de casos de coronavírus no país. Quando analisadas as curvas de infecção das secretarias estaduais de saúde, São Paulo, Bahia, Minas Gerais e Rio de Janeiro são os estados mais afetados ao longo do ano de 2021.

No início da pandemia todos estes estados adotaram medidas restritivas de circulação de pessoas, fechando estabelecimentos públicos e privados, e contrariando gestores públicos preocupados com a manutenção das atividades econômicas. Porém, devido a uma série de tensões entre os agentes públicos, empresários e a população, no atual momento, todos acenam com a retomada das atividades de forma gradual, mesmo sem nenhuma garantia que a doença não continue a se espalhar (CAPONI, 2020).

Na América Latina, o Brasil é país com maior número de casos de coronavírus, e no mundo, só está atrás de Estados e Índia. Quando avaliados apenas os óbitos, o Brasil ocupa o segundo lugar no mundo, atrás apenas dos Estados Unidos.

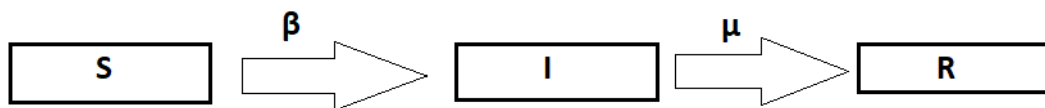
3 MODELOS COMPARTIMENTAIS

O estudo se desenvolveu a partir do emprego do modelo SEIR, uma evolução dos modelos SIR (Suscetíveis – Infectados – Recuperados), ambos estão demonstrados nas seções 3.1 e 3.2, e as equações que compõem a sequência didática estão incluídas nas suas respectivas etapas.

3.1 Modelo SIR

Segundo Diekmann *et al.* (1995) um dos modelos mais utilizados para o estudo da propagação de doenças é o SIR (Suscetíveis, Infectados e Recuperados), idealizado por Kermarck e McKendrick, no ano de 1927. Os blocos de compartimento do modelo são organizados de acordo com a Figura 2:

Figura 2 – Modelo SIR.



Fonte: Diekmann (1995).

No modelo SIR, as siglas representam:

S: represente o número de habitantes suscetíveis a entrar em contato com a doença.

I: é o número de pessoas infectadas pela doença.

R: é o número de pessoas que foram infectadas, mas se recuperaram da doença ou morreram.

Para estimar o número de habitantes envolvidos (N), utiliza-se a Equação 3.1:

$$N = S + I + R \quad (3.1)$$

No cálculo não são considerados os nascimentos ou mortes, logo, o número de pessoas não se modifica na estrutura do cálculo. Para estimar com precisão os resultados, o modelo exige de dois parâmetros básicos:

β = taxa de transmissão

μ = taxa de recuperação

As Equações Diferenciais Ordinárias (EDO) não lineares que descrevem o modelo SIR, estão descritas como equações 3.2, 3.3 e 3.4:

$$\frac{dS}{dt} = -\beta SI \quad (3.2)$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta SI - \mu I \quad (3.3)$$

$$\frac{dR}{dt} = \mu I \quad (3.4)$$

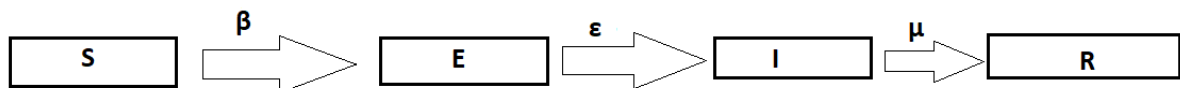
O μ é um parâmetro clínico, é o inverso do tempo de infecção. O período de infecção, é quando o infectado pode transmitir para outras pessoas a doença. Outro parâmetro que é considerado fundamental no estudo das epidemias é o índice de reprodução basal, a multiplicação da taxa de crescimento pelo tempo de infecção: $\mu = \frac{1}{T_{inf}}$.

Se $\beta > \gamma \rightarrow R_0 > 1$, ocorre o crescimento exponencial da epidemia logo no princípio do processo de disseminação. Quando $R_0 < 1$, haverá redução também exponencial, até o fim da epidemia. Observa-se que R_0 é o parâmetro fundamental para o controle da epidemia.

3.2 Modelo SEIR

O modelo SEIR é, de forma resumida, uma extensão adaptada do modelo SIR. No SIR, não existe análise do período de latência do vírus, logo, quando um indivíduo entra em contato com uma pessoa infectada já contrai os sintomas de forma imediata. No modelo SEIR, é incluído um novo bloco compartimental: E (Exposed), exatamente o estado de latência da doença, logo, nesse estágio os indivíduos contém o agente patogênico no seu organismo, mas não contraem sintomas, o modelo SEIR está descrito na Figura 3, mostrando a nova disposição após a inclusão dos expostos (RIBEIRO; ZARA, 2013).

Figura 3 – Modelo SEIR.



Fonte: Adaptado de Ribeiro (2013).

No modelo SEIR, as siglas representam:

S: representa o número de habitantes suscetíveis a entrar em contato com a doença.

E: o número de pessoas expostas.

I: é o número de pessoas infectadas pela doença.

R : é o número de pessoas que foram infectadas, mas se recuperaram da doença ou morreram.

Para estimar o número de habitantes envolvidos (N), utiliza-se a Equação 5 :

$$N = S + E + I + R \quad (3.5)$$

A proporção de indivíduos para cada bloco compartimental é representada pelas equações 3.6, 3.7, 3.8 e 3.9:

$$\frac{dS}{dt} = -\beta S \quad (3.6)$$

$$\frac{dE}{dt} = \beta S - \varepsilon E \quad (3.7)$$

$$\frac{dI}{dt} = \varepsilon E - \mu I \quad (3.8)$$

$$\frac{dR}{dt} = \mu I \quad (3.9)$$

sendo β , ε e μ as taxas de transmissão, exposição e a taxa infecção, respectivamente.

Observando a relação entre os modelos Suscetíveis – Infectados - Recuperados (SIR) e SEIR, fica nítida a evolução na complexidade do modelo, são de modelagem e análise complexas para ferramentas computacionais simples que estão disponíveis para usuários comuns, dificultando a implementação computacional nas repartições públicas e instituições de ensino. Por isso optou-se por desenvolvê-las de forma simplificada através do software Geogebra, produzindo gráficos que permitem a fácil identificação dos alunos.

4 ESTUDO DE CASO – ELABORAÇÃO DA PROPOSTA PEDAGÓGICA

O estudo de caso baseia-se na elaboração de uma sequência didática para as aulas de matemática utilizando o modelo SEIR (vide Equação 3.5) para construção e análise de gráficos juntamente com os alunos, onde serão explicadas as equações e os parâmetros das equações de 3.2 a 3.9.

A proposta pedagógica foi dividida em três momentos distintos. No primeiro momento serão apresentadas as equações do modelo em estudo juntamente com os parâmetros de modo a familiarizar os estudantes com o efeito que cada um dos parâmetros exerce sobre os modelos matemáticos e aguçar a capacidade de interpretação de gráficos múltiplos, fazendo explicações a respeito da Covid-19 que envolvam assuntos relacionados ao modelo.

Na segunda fase são montadas tabelas com os dados para a criação dos gráficos no Geogebra com a interação dos alunos. Já na parte final da proposta, os alunos terão feito a construção e análise dos gráficos. Com isso, eles perceberão a importância do modelo em estudo e a função de cada parâmetro quando feitas as simulações e comparações.

4.1 Sequência Didática

Baseia-se no desenvolvimento prático para a construção dos gráficos utilizando a ferramenta Geogebra, Inicialmente, em sala de aula, serão trabalhados a definição do conteúdo que envolve o modelo em estudo, construção de tabelas, análise de dados, definições das EDOs e taxas de variações.

Para a execução prática da atividade, a proposta é levar os alunos ao laboratório de informática e, em seguida, explicar os primeiros passos para utilização do Geogebra. O primeiro passo, no laboratório de informática é apresentar os experimentos a ser realizado na construção do Geogebra¹, como sugestão, considere a Tabela 1, nela possui os valores estimados dos parâmetros necessários para a construção dos gráficos nas figuras 4, 5, 6 e 7 que representam cada simulação descrita nesta seção.

Após a apresentação dos dados, preenchamos os campos da construção com as informações da Tabela 1, que serão substituídas nas equações 3.6 a 3.9. A construção no Geogebra resolve o modelo SEIR (EDOs) gerando os gráficos de indivíduos suscetíveis, expostos, infec-

¹ Construção desenvolvida durante a elaboração deste trabalho que gera os gráficos do modelo SEIR. Disponível em: Construção SEIR Geogebra

Tabela 1 – Variáveis de estudo.

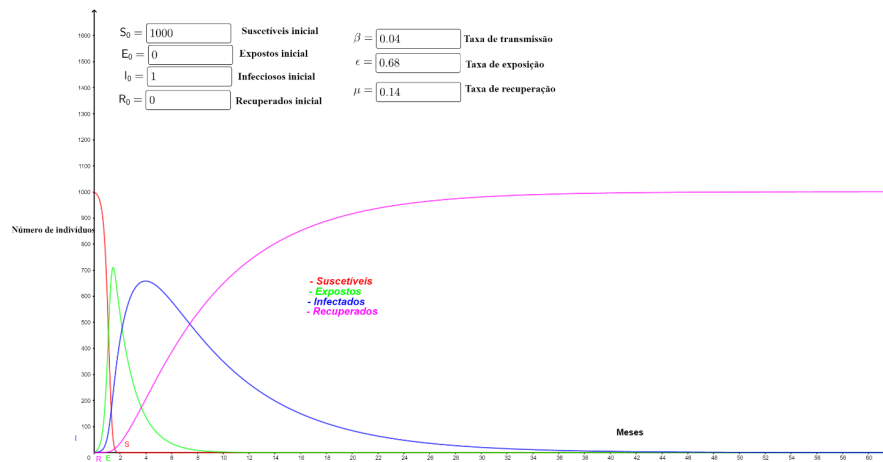
$S(0)$	1000	1000	1000	1000	Suscetíveis
$E(0)$	0	0	0	0	Expostos
$I(0)$	1	1	1	1	Infectados
$R(0)$	0	0	0	0	Recuperados
β	0,0374	0,0374	0,575	0,02	Taxa de transmissão
ε	0,678	0,885	0,885	0,99	Taxa de exposição
μ	0,143	0,143	0,143	0,03	Taxa de infecção

Fonte: Próprio autor.

tados e recuperados, os quais representam o comportamento da pandemia para os parâmetros informados.

Para que os gráficos ficassem com mais clareza para serem compreendidos, foi utilizado legendas de cores diferentes. Para a representação da Simulação I, foi criado o gráfico da Figura 4, onde pode ser observado o comportamento dos parâmetros. Naturalmente, com as medidas de distanciamento social e a circulação do vírus, a população suscetíveis decresce ao longo do tempo.

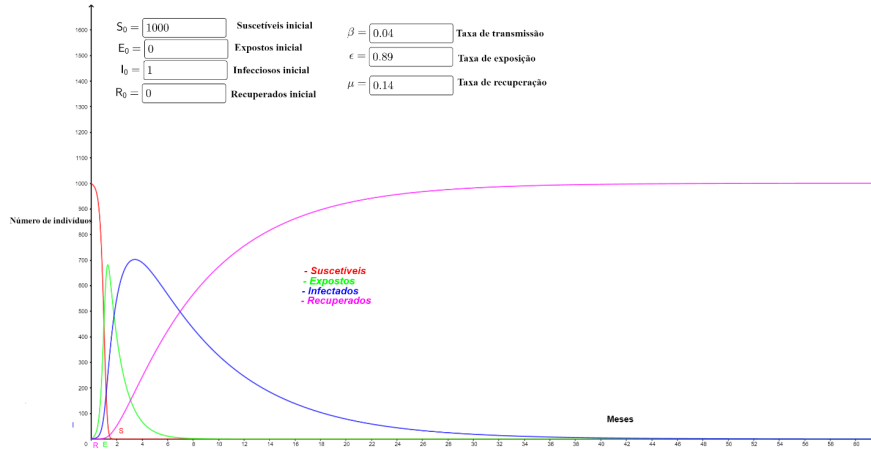
Figura 4 – Simulação I.



Fonte: Próprio autor.

Por outro lado, na Simulação II, mesmo sendo semelhante com a anterior, é possível perceber que o aumento da taxa com que os indivíduos expostos começam a desenvolver os sintomas da doença acarreta um crescimento do número de infectados e, conseqüentemente, do número de expostos mais rapidamente, representado na Figura 5. Com o fato de que, ao desenvolver os sintomas em um período de tempo menor, esses indivíduos tornam-se infecciosos com mais rapidez.

Figura 5 – Simulação II.

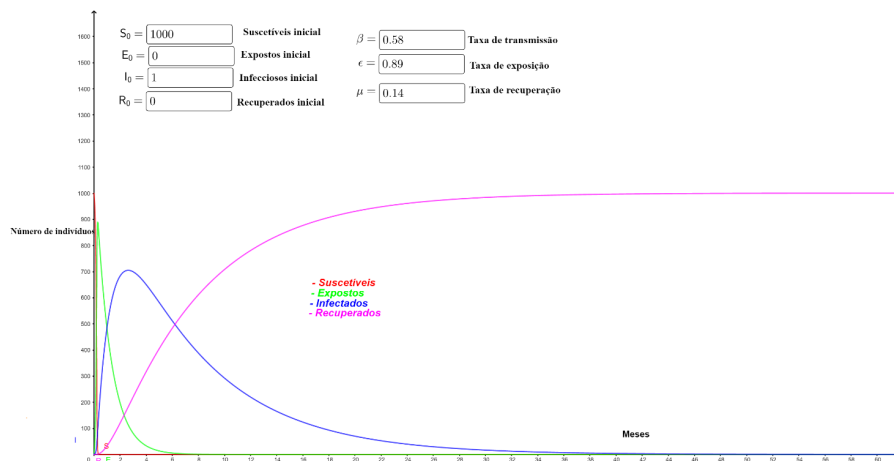


Fonte: Próprio autor.

Na Figura 6, que representa o comportamento para os parâmetros da Simulação III, em que a taxa efetiva de contato é relativamente alta, é possível perceber um crescimento explosivo do número de expostos infectados já no início da pandemia.

Nesse cenário, a população torna-se mais vulnerável à doença, ocasionando um pico maior de infecções em um período de tempo mais curto.

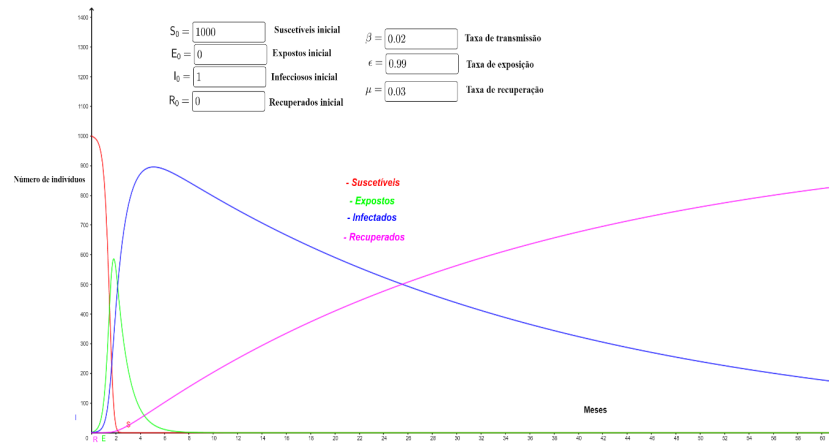
Figura 6 – Simulação III.



Fonte: Próprio autor.

Observamos na Figura 7 a representação gráfica da Simulação IV em que o comportamento do gráfico mostra o número explosivo de infectados devido ao elevado índice da taxa de expostos mesmo diante das reduções das taxas de infecção e transmissão.

Figura 7 – Simulação IV.



Fonte: Próprio autor.

5 CONCLUSÃO

Levando em consideração a atual situação pandêmica que o mundo enfrenta com o coronavírus, é relevante destacar a importância dos estudos epidemiológicos e todos os seus desdobramentos. Desde o modelo SIR, diversos outros modelos foram formulados e ajustados, identificando, em cada caso, a melhor afinidade com os problemas reais.

Dessa forma, atentando-se para as simulações do modelo SEIR proposto para a Covid-19 neste trabalho, destacam-se duas observações: a importância da vacinação, gratuitamente fornecida pelo Sistema Único de Saúde (SUS) e o real impacto da taxa efetiva de contato na rapidez de propagação da doença. Vale ressaltar que, através desse tipo de estudo, relacionando os dados reais e atualizados, é possível formalizar análises e ponderações que podem fornecer embasamento para auxiliar no planejamento e implementação de ações no combate e prevenção da Covid-19.

Com base no objetivo principal apresentado pelo estudo, é possível concluir que modelos matemáticos baseados no SEIR são importantes ferramentas para auxiliar na compreensão de fenômenos epidemiológicos e podem ser aplicados nas aulas para alunos graduandos nas disciplinas de exatas e em nível médio técnico, com as devidas adaptações em níveis de complexidade. A utilização de ferramentas simples, como o Geogebra, torna acessível esse conhecimento a professores e alunos, podendo auxiliar nas aulas das disciplinas de funções, cálculo diferencial e até mesmo estatística aplicada. O modelo apresentou grande detalhamento do problema e permitiu em determinados pontos uma boa previsão para as taxas de contágio e disseminação do coronavírus, principalmente, quando considerou as próprias variáveis encontradas na realidade para realizar a calibragem da ferramenta.

A elaboração de gráficos e tabelas de modo simplificado foi um dos objetivos alcançados neste projeto, onde podem haver análises claras dos dados da pandemia do novo coronavírus. Para melhor desenvolver as disciplinas que envolvem a utilização da sequência didática, espera-se que os alunos sejam capazes de realizar levantamentos de dados e debates acerca das variáveis matemáticas utilizadas e como elas implicam no sucesso das previsões realizadas pelos institutos de saúde e pesquisa ao redor do mundo.

A sequência didática de estudo propõe aos alunos uma possibilidade de avaliar a aplicação da Matemática na predição e avaliação de cenários em epidemias. De forma geral, estes conteúdos são aplicáveis especialmente nos cursos de graduação de exatas, principalmente, por tratar da utilização de cálculos diferenciais.

REFERÊNCIAS

- ALBUQUERQUE, A.; PACHECO, A.; TEIXEIRA, A. C. B.; RIBEIRO, A. L.; ALVES, A. F. C.; LOBO, B. N. L.; REIS, B.; CAVALCANTE, C. M.; VASCONCELOS, C.; CARVALHO, C. *et al.* **Bioética e covid-19**. [S.l.]: Editora Foco, 2021.
- BARBOSA, L. d. M. M.; MACHADO, C. Glossário de epidemiologia e saúde. **Rouquayrol MZ, Almeida Filho N, organizadores. Epidemiologia e saúde. 5a Ed. Rio de Janeiro: Medsi**, p. 523–59, 1999.
- BARROS, A. M. R. de. Modelos matemáticos de equações diferenciais ordinárias aplicados à epidemiologia. **Revista de Ciências Exatas e Tecnologia**, v. 2, n. 2, p. 62–67, 2007.
- CAPONI, S. Covid-19 no brasil: entre o negacionismo e a razão neoliberal. **Estudos avançados, SciELO Brasil**, v. 34, p. 209–224, 2020.
- DIEKMANN, O.; HEESTERBEEK, J. A. P.; METZ, J. A. The legacy of kermack and mckendrick. **Publications of the Newton Institute**, Cambridge University Press, v. 5, p. 95–115, 1995.
- FILHO, A. R. G.; SOARES, T. W.; COELHO, C. J. Estratégias para alocação de recursos de controle ótimo em cenários estocásticos. In: SBC. **Anais Estendidos do XX Simpósio Brasileiro de Computação Aplicada à Saúde**. [S.l.], 2020. p. 19–24.
- FILHO, N. d. A.; ROUQUAYROL, M. Z. Epidemiologia e saúde. In: **Epidemiologia e Saude**. [S.l.: s.n.], 1999. p. 600–600.
- HAUBRICHT, A. A.; VANDRESEN, F.; ENGEL, I. A (in) segurança dos profissionais de saúde na área de urgência e emergência perante a pandemia do covid-19. 2022.
- HE, S.; PENG, Y.; SUN, K. Seir modeling of the covid-19 and its dynamics. **Nonlinear dynamics**, Springer, v. 101, n. 3, p. 1667–1680, 2020.
- JÚNIOR, L. C. L. A saúde coletiva no epicentro da pandemia de covid-19 no sistema único de saúde: A saúde coletiva no epicentro da pandemia da covid-19. **Saúde Coletiva (Barueri)**, v. 10, n. 56, p. 3080–3089, 2020.
- LOLE, A.; STAMPA, I.; GOMES, R. L. R. **Para além da quarentena: reflexões sobre crise e pandemia**. [S.l.]: Morula editorial, 2020.
- LYRA, W.; NASCIMENTO, J.-D. do; BELKHIRIA, J.; ALMEIDA, L. de; CHRISPIM, P. P. M.; ANDRADE, I. de. Covid-19 pandemics modeling with seir (+ caqh), social distancing, and age stratification. the effect of vertical confinement and release in brazil. **medRxiv**, Cold Spring Harbor Laboratory Press, 2020.
- NEPOMUCENO, E. G. Dinâmica, modelagem e controle de epidemias. **UFMG. Tese de Doutorado**. <http://www.cpdee.ufmg.br/defesas> D, v. 534, 2005.
- PRADO, M. F. d.; ANTUNES, B. B. d. P.; BASTOS, L. d. S. L.; PERES, I. T.; SILVA, A. d. A. B. d.; DANTAS, L. F.; BAIÃO, F. A.; MAÇAIRA, P.; HAMACHER, S.; BOZZA, F. A. Análise da subnotificação de covid-19 no brasil. **Revista Brasileira de Terapia Intensiva**, SciELO Brasil, v. 32, p. 224–228, 2020.

RIBEIRO, D. R. V.; ZARA, R. A. Simulação de modelos epidemiológicos de múltiplos sorotipos. **Revista Eletrônica Científica Inovação e Tecnologia–Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Medianeira, PR**, p. 14, 2013.

VELOSO, L. T. Modelos de séries temporais e gráficos de controle estatístico aplicados a indicadores de vigilância epidemiológica do ministério da saúde. 2018.